„Statistisches Informationssystem zur Optimierung diskreter Stichproben“

Diplomarbeit im Fachgebiet Mathematische Methoden der Qualitätssicherung

Sonja Emilie Schenk

Fachhochschule Giessen-Friedberg
Fachbereich Mathematik, Naturwissenschaften und Datenverarbeitung

Sommersemester 2001

1. Betreuender Hochschullehrer: Prof. Dr. Börgens
2. Betreuender Hochschullehrer: Prof. Dr. Greiner

Oy–Mittelberg, 2001-08-08

Vorwort

Die vorliegende Diplomarbeit ist erst nach ca. sechs Jahren Pause zu Gunsten meiner beider Kinder entstanden. Die Praxisnähe des Themas sowie unten genannte Faktoren ermöglichten mir einen Wiedereinstieg und letztlich die lang ersehnte „Zieleinfahrt“.

Besonders Danken möchte ich meinem ersten Referenten Herrn Prof. Dr. M. Börgens. Durch seine flexible, kompetente und unbürokratische Betreuung war es mir erst möglich geworden diese Diplomarbeit zu erstellen. Darüber hinaus half mir seine motivierende und freundliche Art immer wieder über auftretende Schwierigkeiten hinweg. Ein herzliches Danke auch an meinen Korreferenten Herrn Prof. Dr. Greiner für seine freundliche Unterstützung.

Weiterhin danken möchte ich meinen beiden Kindern Max und Lea sowie Familienangehörige und Freunde für ihre ganzheitliche Unterstützung und ihr Verständnis, das sie mir während der „Ausnahmesituation“ Diplomarbeit entgegengebracht haben.

Inhaltsverzeichnis: Seite:

Erklärung

Hiermit versichere ich, dass ich die Diplomarbeit selbständig und nur unter Zuhilfenahme der angegebenen Literatur angefertigt habe.

Oy-Mittelberg, 2001-08-08

1. Einleitung

Seit der Öffnung osteuropäischer Märkte, der Einführung des EG-Binnenmarktes und der zunehmenden Präsenz asiatischer Unternehmen auf dem Weltmarkt müssen sich Unternehmen in Deutschland einer verschärften Wettbewerbssituation stellen.

Qualität von Produkten und Dienstleistungen wurde dadurch zu einem wichtigen Instrument im strategischen Kampf um Marktanteile und gehört daher auch zu den vorrangigen Managementaufgaben.

Qualität ... man weiß, was es ist, und weiß es doch nicht.

[...] manche Dinge sind nun einmal besser als andere.

[...] Was zum Teufel ist Qualität?

R. M. Pirsing, 1978, S.189[1]

Definition nach DIN 55350/ISO 8402, EOQC und ASQC:

„Qualität ist die Gesamtheit der Merkmale und Merkmalswerte eines Produktes oder einer Dienstleistung bezüglich ihrer Eignung, festgelegte und vorausgesetzte Erfordernisse zu erfüllen.“[2]

Die Erfordernisse werden von den Kunden, d.h. vom Markt vorgegeben. Und im Qualitätsmanagement sollte die Qualitätssicherung alle Teile eines Unternehmen, also von der Entwicklung, vom Einkauf, der Arbeitsvorbereitung, der Fertigung bis hin zum Vertrieb und die Betreuung der Produkte beim Kunden nach dem Kauf umgreifen.

---

[1] Weihs, K/Jessenberger, J.: „Statistische Methoden zur Qualitätssicherung und –optimierung“, Weinheim 1999, S. 0

[2] vgl. Hering/Triemel/Blank, „Qualitätsmanagement für Ingenieure“, Düsseldorf 1996, S. 1

Zur Steigerung und Absicherung des Qualitätsstandards löst die statistische Qualitätssicherung immer mehr die herkömmliche Qualitätskontrolle ab, in der innerhalb einer 100%-Prüfung fehlerhafte Einheiten nach der Produktion aussortiert wurden.

Denn für die statistische Qualitätssicherung werden Stichprobenpläne entwickelt, die mit möglichst geringem Prüfaufwand eine optimale Vorbeugung u.a. im Hinblick auf Reklamation gewährleisten. Durch die Unterstützung moderner Informationstechnik wird die Auswertung solcher Stichprobenpläne vereinfacht. Sie kann der Unternehmensleitung immer aktuelles Datenmaterial zur Verfügung stellen, das u.a. zur Qualitätsschwachstellenanalyse und daraus folgende Optimierung und Stabilisierung der Qualität sowie für die Kostenrechnung dessen genutzt werden kann.[3]

Das Ziel dieser Diplomarbeit ist ein statistisches Informationssystem für diskrete Stichprobenpläne zu entwickeln, die optimal auf betriebliche Anforderungen von Hersteller und Kunde abgestimmt werden.

Beginnend mit wesentlichen Erläuterungen zu Grundlagen und Grundbegriffen aus der Qualitätssicherung, wird das Szenario S als spezielle betriebliche Handhabung der Annahmestichprobenprüfung vorgestellt. Nach einem kurzem Exkurs in die DIN ISO 2859 werden Stichprobenpläne mit Randbedingungen betrachtet und durch geläufige Kriterien optimiert.

Die technische Umsetzung des Informationssystems und der Optimierung erfolgt in Mathematica 3.0 und wird in mehreren Beispielen eingesetzt, sowie im Kapitel 6 ausführlich beschrieben.

---

[3] vgl. Weihs, K./Jessenberger, J.: „Statistische Methoden zur Qualitätssicherung und Optimierung“, New York 1999, S. 3

2. Einführung

Für die Überprüfung der Qualität

- im Wareneingang
- während der Produktion an Halbfertigprodukten
- unmittelbar nach der Fertigung
- oder / und im Warenausgang

gibt es für einen Betrieb nur zwei Möglichkeiten:

- die 100%-ige Prüfung, auch genannt die „Null-Fehler-Philosophie
- oder die Stichprobenprüfung bzw. Annahmestichprobenprüfung.

Geprüft wird dabei, ob das Produkt den Forderungen nach Sicherheit, Zuverlässigkeit, Wirtschaftlichkeit und Nutzung genügt. Ist das nicht der Fall, wird das Produkt als fehlerhaft eingestuft. In sogenannten Spezifikationen, nach denen Produkte gefertigt werden, sind diese Forderungen enthalten.[4]

Führt ein fehlerhaftes Produkt zu kritischen Situationen, ist eine 100%-Prüfung zwingend erforderlich.[5] Eine kritische Situation liegt vor, wenn z.B. die Brauchbarkeit des Produktes stark vermindert ist und sogar Menschenleben gefährden könnte, wie es bei Autobremsen, Herzschrittmachern, usw. möglich ist.

Ansonsten sprechen vor allem Zeit- und Kostengründe für eine **Annahmestichprobenprüfung** anstelle der 100%-Prüfung. Auch lassen sich vertragliche Vereinbarungen zur Qualitätssicherung zwischen Produzent und Abnehmer eindeutiger gestalten. Die Stichprobenprüfung ist zwar auch mit Risiken verbunden, da nur eine Teilmenge, z.B. einer Lieferung, geprüft wird und ein Anteil an Fehlern nicht erkannt wird. Doch

[4] vgl. Masing, W.: „Handbuch Qualitätsmanagement“, München/Wien 1999
[5] vgl. Rinne, H./Mittag, H.-J.: „Statistische Methoden zur Qualitätssicherung“, München 1995, S.15

wenn die Stichprobennahme zufällig geschieht und die Prüfung korrekt ausgeführt wird, sind die Risiken berechenbar.

Im folgenden werden statistische Begriffe und Grundlagen bezüglich der Qualitätssicherung durch Annahmestichprobenprüfung ausführlich beschrieben.

2.1. Statistische Grundbegriffe und Grundlagen in der Qualitätssicherung

2.1.1 Grundmodell:

Eine **Einheit** ist ein materieller oder immaterieller Gegenstand der Betrachtung. Im folgenden ist Einheit ausschließlich im Sinne von Produkt verwendet.

Ein **Merkmal** beschreibt die Eigenschaft zum Erkennen oder zur Unterscheidung von Einheiten.

Die **Grundgesamtheit** ist die Gesamtheit aller in Betracht gezogener Einheiten. In der Warenausgangsprüfung wird die hergestellte Gesamtmenge aus laufender Produktion als Grundgesamtheit angenommen, wie z.B. Massenproduktion oder Serienfertigung.

Die Produktion wird in Partien oder, wie im weiteren Verlauf genannt, **Losen** eingeteilt, die in ihrer Größe festgelegt sind. Lose müssen homogen sein, d.h. in der Produktion werden sie unter gleichen Bedingungen hergestellt. Beispiele hierfür sind eine Tagesproduktion oder eine Lieferung an einen Kunden.

Eine **Stichprobe** ist eine **zufällig** genommene Teilmenge aus einem Los, in der die „Qualität" überprüft wird.

Eine **Stichprobenanweisung (n,c)** gibt den Stichprobenumfang und die Kriterien für eine Annahme oder Zurückweisung des Loses an.

Stichprobenplan ist in dieser Arbeit von gleicher Bedeutung wie Stichprobenanweisung, da nur „Einfache Stichprobenpläne" behandelt werden. **Einfache Stichprobenpläne** sind Prüfpläne, die pro Los nur eine Stichprobennahme vorsehen.

Qualitätssicherungskennzahlen oder kurz **QS-Kennzahlen** sind die berechneten Konsequenzen und Risiken, die aus der Wahl eines bestimmten Stichprobenplanes resultieren.

Im Kapitel 2.3 wird durch verschiedene Szenarien erläutert, in welcher Weise man das Los nach der Stichprobenprüfung verändern bzw. behandeln kann, um die Qualitätslage zu verbessern oder den Aufwand zu rechtfertigen.

2.1.2 Klassifizierung nach der Art der Erfassung des Qualitätsmerkmales

Es wird hier zwischen **Variablenprüfung** (messender Prüfung) und **Attributiver Prüfung** (zählender Prüfung) unterschieden:[6]

a) Variablenprüfung

Hier erfolgt die Beurteilung der Qualität einer Einheit nach Messergebnissen, wie z.B. das Abfüllgewicht einer Mehltüte oder die Länge einer Schraube.

b) Attributive Prüfung

Bei der zählenden Prüfung erfolgt eine Einteilung der Prüflinge in nur zwei Kategorien, z.B. „gut/schlecht“, „nicht defekt/defekt“, usw.
Zur zählenden Prüfung gehört auch, wenn mehrere Fehler an einem Stichprobenelement festgestellt werden. Die Fehlerhäufigkeit je Element deklariert dieses dann in „gut“ oder „schlecht“.

---

[6] vgl. Rinne, H./Mittag H.-J.: „Statistische Methoden der Qualitätssicherung“, München 1995, S. 22

2.1.3 Klassifizierung nach quantitativen Merkmalen:

Für die Anwendung der statistischen Methode in der Qualitätssicherung ist die quantitative Unterscheidung sehr wichtig. Dabei wird in diskretes und kontinuierliches Merkmal unterteilt, da sich daraus verschiedene Beschreibungen eines Planes und Grundwahrscheinlichkeiten ergeben.[7]

a) Diskrete Merkmal

Hier ist die Grundgesamtheit bzw. das Los oder die Stichprobe abzählbar. Diese besteht aus unterscheidbaren Einzelstücken einer laufenden Produktion. Es könnte sich dabei z.B. um Schrauben, elektronische Bauteile oder Baukasten für Modellflugzeuge handeln.

b) Kontinuierliche Merkmal

In der Eigenschaft der kontinuierlichen oder stetigen Menge besteht die Grundgesamtheit bzw. das Los oder die Stichprobe nicht aus zählbaren Einzelstücken, sondern aus einer kontinuierlich hergestellten Produktion, wie z. B. Flüssigkeiten, Pulver oder eine Rolle Garn.

Obwohl es hier weit aus schwieriger ist als im diskreten Fall, sollte die Stichprobenentnahme möglichst zufällig ausgewählt werden, d.h. beispielhaft anstelle einer Probenentnahme nur im oberen Teil des Pulversackes sollte man mehrere an verschiedenen Stellen machen.

---

[7] vgl. Dietrich, E./Schulze, A.: "Statistische Verfahren zur Maschinen- und Prozessqualifikation", München/Wien 1995, S. 13-15

2.1.4 Klassifizierung nach Prozessbeherrschung:

a) Beherrschter Prozess

Ein Produktionsprozess kann **„unter statistischer Kontrolle“** arbeiten und gilt dann als **beherrscht** bezüglich eines Merkmales, wie z. B. Knötchen im Garn oder Länge einer Schraube. Hier sind nur **zufällige Ursachen**[8] für die Qualitätsschwankung bezüglich eines Merkmales einer Einheit verantwortlich. Zufällige Ursachen könnten z.B. vorübergehende Materialfehler oder Unachtsamkeit eines Mitarbeiters sein. Diese Störungen im Produktionsprozess sind nicht vorhersehbar und lassen sich grundsätzlich nicht vermeiden. Dabei bleiben die gesammelten Daten der Schwankungen über einen Zeitraum konstant und weichen nur zufällig ab.

Ist ein Produktionsprozess beherrscht, kann der mittlere Ausschussanteil p der Berechnungen der QS-Kennzahlen zu Grunde gelegt werden.

b) Unbeherrschter Prozess

Als **unbeherrscht** und **somit „nicht unter statistischer Kontrolle“** gilt ein Prozess, wenn Abweichungsursachen des Qualitätsmerkmales nicht Zufallseinflüsse, sondern **systematische Ursachen**[9] haben. Unbemerkte Wechsel des Materiallieferanten, Werkzeugbruch oder Fehler durch einen ungeübten Mitarbeiter könnten zu diesen Abweichungen führen. Störungen, die zu sogenannten systematischen Fehlern führen, sind in der Regel lokalisierbar und behebbar. Bemerkbar machen sich die Abweichungen im unbeherrschten Prozess, wenn sich die Daten über die Qualitätsschwankungen sprunghaft oder allmählich verändern.

[8] vgl. Rinne, H./Mittag, H.-J.: „Statistische Methoden der Qualitätssicherung”, München/Wien 1995, S. 12
[9] s.o.

2.2 Grundwahrscheinlichkeiten

Die Wahrscheinlichkeitsrechnung befasst sich mit Zufallsversuchen oder Zufallsexperimenten. Darunter versteht man Vorgänge, deren Ereignisse man nicht mit Sicherheit voraussagen kann.

In der Qualitätssicherung gilt es nun, einen tatsächlichen Sachverhalt - einen mit einer Wahrscheinlichkeit - mathematisch wiederzugeben.

Die Wahrscheinlichkeitsverteilungen, die in den statistischen Methoden zur QS für ein **diskretes Merkmal** mit der Fragestellung nach **Anzahl fehlerhafter Einheiten** zur Anwendung kommen können, sind die Binomialverteilung und die Hypergeometrische Verteilung.[10] In den folgenden Abschnitten werden die Formeln und Bedingungen zu den o.g. beiden Wahrscheinlichkeitsverteilungen angegeben.

a) Binomialverteilung (BV)

Die Binomialverteilung ist die praxisrelevantere Wahrscheinlichkeitsfunktion für diskrete Zufallsvariablen (bei Anzahl der Fehler). Auch dem Hauptteil dieser Diplomarbeit wird diese Wahrscheinlichkeitsverteilung den Berechnungen zu Grunde gelegt.

Theoretisch sollte die Binomialverteilung(BV) durch die Hypergeometrische Verteilung(HV) abgelöst werden, wenn in der Qualitätskontrolle nach Stichprobenentnahme nicht wieder zurückgelegt wird, wie es der Realität eigentlich entspricht. Jedoch praktisch ist häufig eine große Grundgesamtheit bzw. Los N im Vergleich zum Stichprobenumfang n vorgegeben: **$n < N/10$ und $N > 50$**

[10] vgl. Masing, W.: „Handbuch Qualitätsmanagement“, München/Wien 1995, S. 624

Dann lässt sich die HV durch die einfachere BV ersetzen, da hier die Einflüsse der „Stichprobennahme" ohne Zurücklegen auf die Grundgesamtheit vernachlässigbar gering sind.

Für die Qualitätssicherung formuliert:

Die **Einzelwahrscheinlichkeit** für genau i fehlerhafte Stücke in der Stichprobe mit dem Umfang n wird dann folgend beschrieben:

$$b_{p,n} = \binom{n}{i} * p^i * q^{n-i}$$

mit p = Wahrscheinlichkeit, dass ein Stück defekt ist.

mit q = 1 - p = Wahrscheinlichkeit, dass ein Stück nicht defekt ist.

Mit der Wahrscheinlichkeit bis zu j defekte Einheiten im Stichprobenraum von n Stücken, ergibt sich die **Verteilungsfunktion**:

$$B_{p,n}(j) = \sum_{i=0}^{j} b_{p,n}(i)$$

mit folgendem Definitionsbereichen:

i = 0, 1, 2,...,n
wenn n < i < 0, wird $b_{p,n}$ (i) = 0 gesetzt sowie
wenn j < 0 ist, dann wird $B_{p,n}$ (j) = 0 und
wenn j > n ist, dann wird $B_{p,n}$ (j) = 1 gesetzt.

Anmerkung: Hier werden von der Ausschusswahrscheinlichkeit p pro Stück ausgehend die Konsequenzen berechnet.[11]

[11] siehe Kapitel 3.1

b) Hypergeometrische Verteilung (HV)

Wie zuvor erwähnt, wird die HV in der Regel von der BV abgelöst. Doch hat sie ihre Berechtigung, wenn die Grundgesamtheit bzw. das Los mit N § 50 klein ist und das Verhältnis zum Stichprobenumfang n ¥ N/10 beträgt. Ferner ist es sinnvoll sie einzusetzen, wenn von einem unbeherrschten Produktionsprozess ausgegangen wird oder die Wahrscheinlichkeit für eine defekte Einheit nicht bekannt ist[12].

Für die Qualitätssicherung formuliert:

Die **Einzelwahrscheinlichkeit** für genau i defekte Stücke in der Stichprobe der Größe n, die aus einem Los der Größe N mit genau k defekten Einheiten gezogen wird, wird folgend beschrieben:

$$h_{N,k,n}(i) = \frac{\binom{k}{i} * \binom{N-k}{n-i}}{\binom{N}{n}}$$

Die Wahrscheinlichkeit für bis zu j defekte Stücke in der Stichprobe der Größe n, die aus einem Los der Größe N mit genau k defekten Einheiten gezogen wird, ergibt die **Verteilungsfunktion**:

$$H_{N,k,n}(j) = \sum_{i=o}^{j} h_{N,k,n}(i)$$

Anmerkung: Hier werden von k Ausschussstücken im Los ausgehend die Konsequenzen berechnet[13].

[12] vgl. Börgens, M.: „Stichprobenprüfung im beherrschten und nicht beherrschten Prozessen“, Aachen 2000
[13] siehe Beispiel im Kapitel 5.3

mit Definitionsbereich:

i = 0, 1, 2, ..., n	wenn 0 <= k <= N und 0 <= n <= N
i = n - N + k, ..., n	wenn n - N + k > 0
i = 0, 1, 2, ..., k	wenn n > k

Ansonsten wird $h_{N, k, n}(i) = 0$ gesetzt.

2.3 Betriebliche Szenarien

Im weiteren Verlauf wird von einer Annahmestichprobenprüfung am Warenausgang ausgegangen, in der aus einer **diskreten** Grundgesamtheit bzw. Los die Stichprobenstücke auf das Qualitätsmerkmal „defekt" oder „nicht defekt" **(Attributive Prüfung)** untersucht werden. Der **Produktionsprozess ist beherrscht** und der mittlere Ausschussanteil bzw. die **Ausschusswahrscheinlichkeit p bekannt**.

Es gibt nun verschiedene Varianten (Szenarien), wie ein Betrieb aufgrund vertraglicher Vereinbarungen oder Bedingungen im Produktionsablauf innerhalb oben genannter Rahmenbedingungen „angenommene" bzw. „zurückgewiesene" Lose behandelt.

Die Entscheidung für die Annahme oder Zurückweisung eines Loses basiert auf der Überprüfung von Stichproben, die aus dem Los zufällig gezogen werden. Wenn sich in der Stichprobe der Größe **n** höchstens **c** defekte Stücke befinden, wird das Los „angenommen". Sind mehr als c defekte Stücke in der Stichprobe, wird das Los „zurückgewiesen".

Bisweilen wurde zwischen **4 Szenarien** in der **Stichprobenprüfung für diskrete Produktionseinheiten** unterschieden.[14]

Szenario I:

Das Los wird im **Annahmefall** unverändert ausgeliefert, d.h. in der Stichprobe werden die defekten Stücke nicht durch intakte ausgetauscht (nicht bereinigt). Im **Rückweisungsfall** wird das Los nicht ausgeliefert bzw. eliminiert.

[14] siehe Literatur [1] bis [5]

<u>**Szenario II:**</u>

Das Los wird im **Annahmefall** unverändert ausgeliefert. Im **Rückweisungsfall** wird das Los vollkontrolliert, bereinigt und erst dann ausgeliefert.

<u>**Szenario III:**</u>

Das Los wird im **Annahmefall** erst nach Stichprobenbereinigung ausgeliefert. Im **Rückweisungsfall** wird das Los eliminiert.

<u>**Szenario IV:**</u>

Das Los wird im **Annahmefall** erst nach Stichprobenbereinigung ausgeliefert. Im **Rückweisungsfall** wird das Los vollkontrolliert, bereinigt und erst dann ausgeliefert.

Die Aussagen über das Los oder die verschiedenen Risiken werden u. a. durch die Wahl des Szenarios beeinflusst. Dabei wird zwischen folgenden Fällen unterschieden:

"A-priori-Fall": Bei der Berechnung der QS-Kennzahlen wird der Zustand der Lose unmittelbar nach der Fertigung berücksichtigt, also noch vor der Stichprobenprüfung.

„A-posteriori-Fall“: Bei der Berechnung der QS-Kennzahlen wird der Zustand der Lose vor der Auslieferung berücksichtigt, d.h. nach Stichprobenprüfung oder/und Vollkontrolle.

<u>Anmerkung:</u>

In der Wareneingangsprüfung gibt es keinen „A-posteriori-Fall“, weil dort eine Lieferpartie durch eine eventuelle Bereinigung nicht verändert werden kann.

Übersicht der vier Szenarien in einem Ablaufplan:

3. Annahmestichprobenprüfung im Szenario S

Als Ergänzung zu den bereits bestehenden Szenarien aus dem Kapitel 3.3 ist die Aufgabe des folgenden Hauptteils dieser Diplomarbeit, für eine weitere mögliche Vorgehensweise in der Annahmestichprobenprüfung, sogenannte **Szenario S**, ein statistisches Informationssystem aufzubauen. Zu diesem Zweck werden alle Formeln hergeleitet, durch die wahrscheinliche Konsequenzen und Risiken eines gewählten Stichprobenplanes berechenbar werden. Da sich Szenario S innerhalb der gleichen Rahmenbedingungen bewegt wie in den bereits bekannten Szenarien, wird die praxisrelevantere **Binomialverteilung** den Wahrscheinlichkeiten zu Grunde gelegt.

Zur Erinnerung:
Es wird von einem **beherrschten Produktionsprozess** mit **Ausschussquote p** ausgegangen, in dem **diskrete Einheiten** hergestellt werden. Die Qualitätsprüfung besteht darin, die **Anzahl der defekten Stücke** in der Stichprobe bzw. im Los (Vollkontrolle) festzustellen, wobei eine Einheit nur in **„defekt" oder „nicht defekt"** eingeteilt werden kann.

Szenario S gleicht im Annahmefall dem Szenario I (Los wird unverändert ausgeliefert). Im Rückweisungsfall wird das Los vollkontrolliert, jedoch **ohne Bereinigung** der defekten Stücke. Folglich könnte Szenario S für Produktionseinheiten in Betracht kommen, wo ein Austausch von einzelnen Einheiten zerstörend auf eine größere Menge oder sogar auf ein ganzes Los wirken könnte, z.B. sogenannte Blisterpackungen oder das Beispiel „Etiketten"[15]. In manchen Bereichen ist ein Austausch defekter Stücke in einer Prüfung erst gar nicht möglich, wie das Beispiel „Kopierer"[16] zeigt.

[15] siehe Kapitel 3.3
[16] siehe Kapitel 3.4

<u>Aus dem Szenario S ergibt sich folgende Beschreibung der Annahmestichprobenprüfung:</u>

Am Warenausgang wird eine zufällige Stichprobe mit dem Umfang **n** aus einem Los der Größe **N** gezogen. Dabei ist jedes Stück mit der Wahrscheinlichkeit **p** defekt. Es ist **c** der Annahmewert in der Stichprobe (d.h. es werden c defekte Einheiten in der Stichprobe toleriert) und **M** die Reklamationsgrenze im Los (d.h. es werden M-1 defekte Einheiten im Los toleriert), mit 0 § c < n und 0 < M < N.

Sind in der Stichprobe maximal c defekte Einheiten registriert, wird das Los „angenommen“ und unverändert ausgeliefert.

Ist **n < M** festgelegt und sind in der Stichprobe mehr als c defekte Einheiten registriert, wird das Los „zurückgewiesen“ und vollkontrolliert.

Ist **n ≥ M** festgelegt und sind in der Stichprobe mehr als c und weniger als M defekte Einheiten registriert, wird das Los „zurückgewiesen“ und vollkontrolliert. Sind in der Stichprobe mindestens M defekte Einheiten registriert, wird das Los „zurückgewiesen“ und sofort eliminiert.

Sind in der **Vollkontrolle** des Loses weniger als M defekte Einheiten registriert, wird das Los unverändert ausgeliefert. Sind dort mindestens M defekte Einheiten registriert, wird das Los eliminiert.

<u>Legende für das Szenario S:</u>

N Anzahl der Stücke in einem Los (Losumfang)

n Anzahl der Stücke in der Stichprobe, n § N

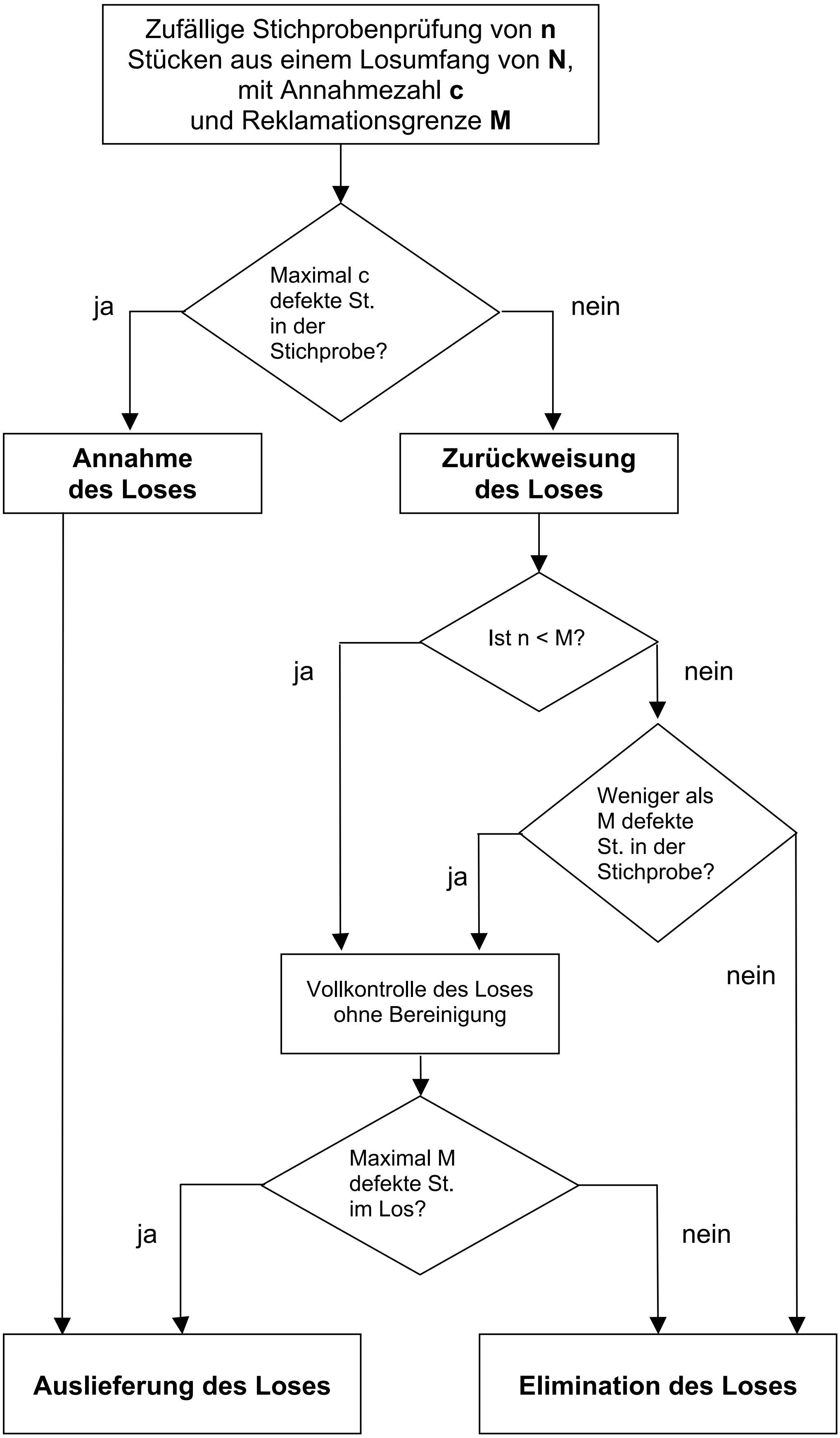
M Reklamationsgrenze, 0 < M § N

c Annahmezahl, es ist hier nur 0 § c < M sinnvoll[17]

p Ausschusswahrscheinlichkeit ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein einzelnes Stück defekt ist, p œ [0,1].

[17] siehe Kapitel 5.1

<u>Übersicht der Annahmestichprobenprüfung im Szenario S in einem Ablaufplan:</u>



3.1 Statistisches Informationssystem

Szenario S beschreibt einen **„A-priori“ Fall**, da der Zustand des Loses nach der Fertigung nicht verändert wird, d.h. der Status des Loses nach Herstellung ist gleich dem der Auslieferung.

Im folgenden werden die Zustände, die ein Los nach einer Prüfung annehmen kann, vorgestellt und in eine statistisch-mathematische Form übersetzt:

G sei das Ereignis **„Los ist gut“**,
wenn max. M-1 defekte Stücke im Los sind.

S sei das Ereignis **„Los ist schlecht“**,
wenn mind. M defekte Stücke im Los sind.

A sei das Ereignis **„Los wird angenommen“**,
wenn max. c defekte Stücke in der Stichprobe sind.

Z sei das Ereignis **„Los wird zurückgewiesen“**,
wenn mind. c+1 defekte Stücke in der Stichprobe sind.

Ein Einordnen der Ereignisse in die **Vierfeldertafe**l ergibt:

	G	**S**
A	**G»A**	**S»A**
Z	**G»Z**	**S»Z**

Zur **Vierfeldertafel** gehören die Wahrscheinlichkeiten **mit Randsummen**:

	G	**S**	
A	**p(G»A)**	**p(S»A)**	**p(A)**
Z	**p(G»Z)**	**p(S»Z)**	**p(Z)**
	p(G)	**p(S)**	**1**

p(A) ist die Wahrscheinlichkeit für „das Los wird angenommen“.
Analoge gilt dies für p(Z), p(G) und p(S).

p(G…A) ist die Wahrscheinlichkeit für „das Los ist gut und wurde angenommen“. Analoge gilt dies für p(G…Z), p(S…A) und p(S…Z).

3.1.1 Grundanteile

Die Randsummen aus der Vierfeldertafel sind die sogenannten Grundanteile, von denen nur p(G) und p(A) hergeleitet werden, da sich p(S) und p(Z) aus der Vierfeldertafel ableiten lassen:

a) Der Anteil der „angenommenen“ bzw. der „zurückgewiesenen“ Lose

Die Bedingung „das Los wird angenommen“ ist dann erfüllt, wenn maximal c defekte Stücke in der Stichprobe mit Umfang n registriert werden. Damit ist die Wahrscheinlichkeit für ein „angenommenes Los“:

$$p(A) = \sum_{i=0}^{c} b_{p,n} = B_{p,n}(c)$$

und die Wahrscheinlichkeit für ein „zurückgewiesenes Los“:

$$p(Z) = 1 - p(A) = \sum_{i=c+1}^{n} b_{p,n}(i)$$

b) Der Anteil der „guten“ bzw. „schlechten“ Lose

Die Bedingung „das Los ist gut“ ist dann erfüllt, wenn maximal M-1 defekte Stücke im Los der Größe N sind. Damit ist die Wahrscheinlichkeit für ein „gutes“ Los:

$$p(G) = \sum_{i=o}^{M-1} b_{p,N}(i) = B_{p,N}(M-1)$$

Bemerkung:

In diesem Szenario ist es auch die Wahrscheinlichkeit, dass ein **ausgeliefertes** Los „gut“ ist.

Und die Wahrscheinlichkeit für ein „schlechtes Los“:

$$p(S) = 1 - p(G) = 1 - B_{p,N}(M-1)$$

3.1.2 Risiken für den Hersteller

a) Der Anteil der „guten“ und „zurückgewiesenen“ Lose

p(G...Z) bezeichnet man als **Herstellerrisiko.** Das Risiko für den Hersteller besteht darin, dass sich der Prüfaufwand durch die Vollkontrolle erhöht, die ein „gutes Los“ ergibt.

Herleitung von p(G...Z):
Die Bedingung „das Los ist gut und wurde zurückgewiesen“ ist dann erfüllt, wenn i=c+1...n defekte Stücke in der Stichprobe und j=0,...,M-1-i defekte Stücke im Rest des Loses (N-n) enthalten sind. Es wird der Satz zur „totalen Wahrscheinlichkeit“ angewendet.

$$p(G \cap Z) = \sum_{i=c+1}^{n} p(\text{i defekte St. in der Stichprobe}) * p(\text{max}.\, M-1 \cdots$$
$$\cdots \text{defekte St. im Los / i defekte St. in der Stichprobe})$$

$$p(G \cap Z) = \sum_{i=c+1}^{n} b_{p,n}(i) * B_{p,N-n}(M-1-i)$$

Bemerkung:
Ist M § n, dann ist $B_{p,N-n}(M-1-i)=0$, falls M und mehr defekte Stücke in der Stichprobe sind.[18]

b) Den Anteil der „guten“ unter allen „zurückgewiesenen“ Losen bezeichnet man als **bedingtes Herstellerrisiko** und dieser setzt sich folgend zusammen:

$$p(G/Z) = \frac{p(G \cap Z)}{p(Z)}$$

[18] siehe Kapitel 2.2a)

c) <u>Der Anteil der „zurückgewiesenen“ unter allen „guten“ Losen</u>
ist analog zu b)

$$p(Z/G) = \frac{p(G \cap Z)}{p(G)}$$

d) <u>Der Anteil der Fehlentscheidungen p(FE)</u>

Diese Fehlentscheidungen lassen sich durch die Statistik in der Stichprobenprüfung nicht vermeiden. Sie setzen sich aus den „zurückgewiesenen guten“ und den „angenommenen schlechten“ Losen zusammen.

$$p(FE) = p(G \cap Z) + p(S \cap A)$$

<u>Bemerkung:</u>
p(S...A) wird in Kapitel 3.1.3a) hergeleitet.

e) <u>Der Anteil der vollkontrollierten Lose p(V)</u>

Ist n < M, wird das Los vollkontrolliert, falls c+1,...,n defekte Stücke in der Stichprobe sind. D.h. p(V) = p(Z).

Ist n ¥ M, wird das Los vollkontrolliert, falls c+1,...,M-1 defekte Stücke in der Stichprobe sind.

$$p(V) = \begin{cases} p(Z) & \text{für } n < M \\ \sum_{i=c+1}^{M-1} b_{p,n}(i) = B_{p,n}(M-1) - B_{p,n}(c) & \text{für } n \geq M \end{cases}$$

f) Die mittlere Anzahl zu prüfender Stücke n^*

Es werden stets n geprüft. Zusätzlich wird im Falle der Zurückweisung in der Vollkontrolle N-n (der „Rest“ des Loses) überprüft. Somit weicht n^* durch folgende Formel von n ab:

$$n^* = n + (N - n) * p(V)$$

3.1.3 Risiken für den Käufer

a) Der Anteil der „schlechten“ und „angenommenen“ Lose

p(S...A) bezeichnet man als **Käuferrisiko.**

Herleitung von p(S...A):

Die Bedingung „das Los ist schlecht und wurde angenommen“ ist dann erfüllt, wenn i=0,...,c defekte Stücke in der Stichprobe und M-i,...,N-n defekte Stücke im Rest des Loses enthalten sind.

$$p(S \cap A) = \sum_{i=0}^{c} p(\text{i defekte St. in der Stichprobe}) * p(\text{min d.. M} \cdots$$
$$\cdots \text{defekte Stücke im Los / i defekte Stücke in der Stichprobe})$$

$$p(S \cap A) = \sum_{i=o}^{c} b_{p,n}(i) * \sum_{j=M-i}^{N-n} b_{p,N-n}(j) = \sum_{i=o}^{c} b_{p,n}(i) * (1 - B_{p,N-n}(M-1-i))$$

b) Der Anteil der „schlechten” unter den „angenommenen“ Losen gilt als **bedingtes Käuferrisiko** und setzt sich folgend zusammen:

$$p(S/A) = \frac{p(S \cap A)}{p(A)}$$

Bemerkung:

In diesem Szenario ist es auch die Wahrscheinlichkeit, dass ein **ausgeliefertes** Los „schlecht” ist. Denn p(S/Z) wird nicht ausgeliefert, sondern eliminiert.

c) **<u>Der Anteil der „angenommenen“ Losen unter den „schlechten“ Losen</u>** ist analog zu b)

$$p(A/S) = \frac{p(S \cap A)}{p(S)}$$

d) **<u>Reklamationsrisiko</u>**

Im Szenario S erreichen den Kunden letztlich alle „guten“ Lose und Lose, die „schlecht“ sind und „angenommen“ wurden. Nur letztere können zu einer Reklamation führen. Übernehmend aus der Vierfeldertafel setzt sich das Reklamationsrisiko wie folgt zusammen:

$$p(R) = \frac{p(S \cap A)}{p(G) + p(S \cap A)}$$

<u>Bemerkung:</u>
Eigentlich kann man hier nicht von einem Käuferrisiko ausgehen, da der Käufer in der Regel ein Reklamationsrecht hat. Folgen einer Reklamation, wie z.B. Preisminderung oder Mehraufwand, sind Belastungen für den Hersteller.

e) **<u>Durchschlupf</u>**

Neben dem Reklamationsrisiko ist der **Durchschlupf d** einer der wichtigsten Kennwerte, der bei der Qualitätssicherungsvereinbarung zwischen Kunden und Hersteller unbedingt berücksichtigt werden sollte. Der Durchschlupf d ist der mittlere Anteil fehlerhafter Stücke am Gesamtlos, die den Kunden erreichen können.

Wie im Reklamationsrisiko zuvor erreicht auch hier der gleiche Anteil Lose den Kunden, jedoch zur besseren Übersicht in einer anderen Aufteilung (siehe Vierfeldertafel):

<u>Herleitung von d:</u>
Den Kunden erreichen defekte Stücke durch Lose, die „angenommen" wurden, oder im Falle einer „Zurückweisung", obwohl das Los „gut" war:

Demnach ist d pro Los:

$$N * d = \frac{(\varnothing \text{Anzahl defekter St. in angenommenen Losen.}) + \cdots}{p(A) + \cdots}$$
$$\frac{\cdots + (\varnothing \text{Anzahl defekter St. in zurückgewiesenen und guten Losen})}{\cdots + p(G \cap Z)}$$

Zur besseren Übersicht:

$$N * d = \frac{d(A) + d(G \cap Z)}{p(A) + p(G \cap Z)}$$

mit:

$$d(A) = \sum_{i=0}^{c} (\varnothing \text{Anzahl def. St. im Los bei i def. St. in der Stichprobe}) * \ldots$$
$$\ldots * p(\text{i def. St. in der Stichprobe})$$

$$d(A) = \sum_{i=0}^{c} (i + (N - n) * p) * b_{p,n}(i)$$

und

$$d(G \cap Z) = \sum_{i=c+1}^{\min\{n,M-1\}} (\sum_{j=0}^{M-i-1} (\text{Anzahl defekter St. im Los}) * \ldots$$
$$\ldots * p(\text{j def.St. im restlichen Los})) * p(\text{i def. St. in der Stichprobe})$$

$$d(G \cap Z) = \sum_{i=c+1}^{\min\{n,M-1\}} \left(\sum_{j=0}^{M-i-1} (i+j) * b_{p,N-n}(j) \right) * b_{p,n}(i)$$

<u>Bemerkung:</u>

min{n,M-1}, da im Falle M § n ist, die zweite Summe = 0 wird, falls M und mehr defekte Stücke in der Stichprobe sind.[19]

Somit ist der Durchschlupf pro Los, der den Kunden erreicht:

$$N * d = \frac{\sum_{i=0}^{c} (i + (N-n) * p) * b_{p,n}(i) + \sum_{i=c+1}^{\min\{n,M-1\}} \left(\sum_{j=0}^{M-i-1} (i+j) * b_{p,N-n}(j) \right) * b_{p,n}(i)}{p(A) + p(G \cap Z)}$$

und folglich der Durchschlupf d:

$$d = \frac{\sum_{i=0}^{c} (i + (N-n) * p) * b_{p,n}(i) + \sum_{i=c+1}^{\min\{n,M-1\}} \left(\sum_{j=0}^{M-i-1} (i+j) * b_{p,N-n}(j) \right) * b_{p,n}(i)}{(p(A) + p(G \cap Z)) * N}$$

[19] siehe Kapitel 2.2a)

3.1.4 Durchschnittliche Anzahl zu prüfender Stücke bei abbrechender Kontrolle

Häufig steht schon vor Vollendung einer Prüfung die Prüfentscheidung fest. Dann könnte man, um Prüfaufwand und Kosten zu sparen, die Untersuchung auf „defekt" oder „nicht defekt" vorzeitig abbrechen. **Im Szenario S ist ein Abbruch der Stichprobenprüfung nicht sinnvoll, da**

> **a)** eine vorzeitige Annahme des Loses bei Registrierung des (n-c)'ten fehlerfreien Stückes hat nur geringen ökonomischen Effekt, da c meist nahe 0 gewählt wird, und
>
> **b)** eine vorzeitige Zurückweisung des Loses ist nicht möglich, da im Anschluss der Stichprobenprüfung mit o.g. Ergebnis der Rest des Loses vollkontrolliert werden muss.

Es gäbe zwar noch die Möglichkeit, im Falle $M < n$ die Stichprobenprüfung abzubrechen, wenn man das M'te defekte Stück findet. Doch ist es am plausibelsten, **die Stichprobe stets vollständig zu prüfen**:

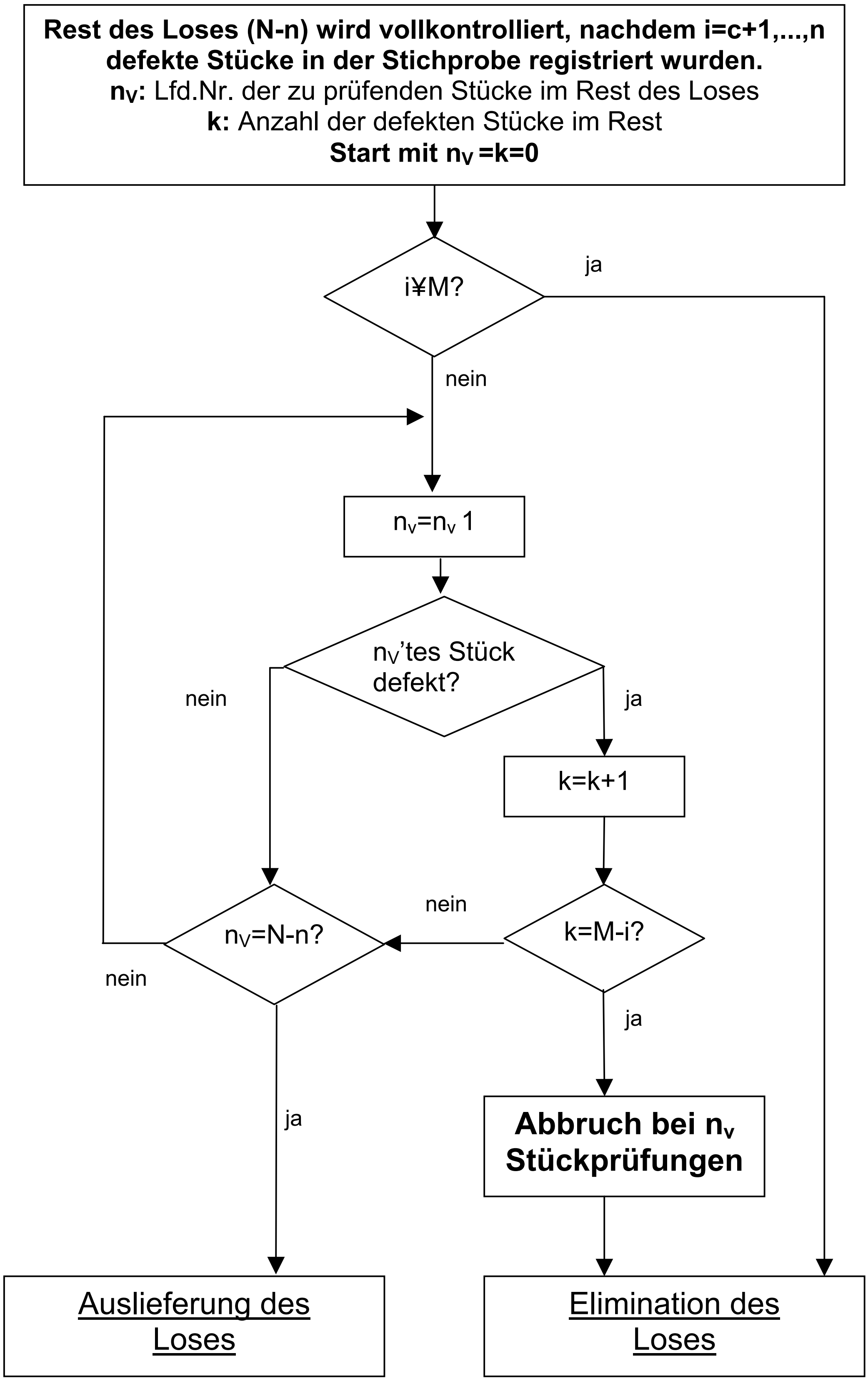
Stichproben stets gleicher Größe n werden ja außer zur Annahmestichprobenprüfung auch zur Prozesskontrolle[20] benötigt, um z.B. Veränderungen an der Ausschussquote erkennbar zu machen.

Prüfaufwand kann dagegen am effektivsten eingespart werden, wenn der Abbruch in der Vollkontrolle stattfindet, da die Reklamationsgrenze i.R. weitaus kleiner als der Losumfang ist. Deshalb wird im folgenden der **mittlere Prüfaufwand bei Abbruch der Vollkontrolle**, d.h. bei vorzeitigem Ergebnis „das Los ist schlecht", ermittelt.

---

[20] siehe u.a. Literatur [1], [4] und [7]

Ablaufplan für den Abbruch der Vollkontrolle nach Prüfung von n Stücken in der Stichprobe:



Der mittlere Prüfaufwand n_S' bei abbrechender Kontrolle im Szenario S ist im folgenden Ansatz zusammengesetzt:

$n_S' =$ (Abbruch der Vollkontrolle bei vorzeitigem Ergebnis :“Los ist schlecht“)+
+(N-n Prüfungen mit der Wahrscheinlichkeit „das zurückgewiesene Los ist gut“)+
+(n Prüfungen in der Stichprobe)

$$n_S' = n_V' + p(G \cap Z) * (N - n) + n$$

Herleitung von n'_V:

Werden aus dem Rest des Loses (N-n) solange Einheiten entnommen, bis man das (M-i)’te defekte Stück erhält, wobei i defekte Stücke in der Stichprobe waren, so ist der erreichte Vollkontrollumfang X_v negativ-binomialverteilt ${}_{neg}b_{p,M\text{-}i}(j)$ mit X_v:={M-i§j§N-n}.

Die Wahrscheinlichkeit, in genau j Versuchen das (M-i)’te defekte Stück zu registrieren, ist dann:

$$\begin{aligned}
{}_{neg}b_{p,M-i}(j) &= \binom{j-1}{M-i-1} * p^{M-i} * q^{j-M+i} = \\
&= p * \left[\binom{j-1}{M-i-1} * p^{M-i-1} * q^{(j-1)-(M-i-1)}\right] = \\
&= p * b_{p,j-1}(M-i-1)
\end{aligned}$$

Dies ist gleichbedeutend mit der Wahrscheinlichkeit in genau (j-1) Zügen (M-i) Erfolge zu beobachten, multipliziert mit der Ausschussquote. Interpretiert für die Qualitätssicherung bedeutet das: „Entdeckung von (M-i) defekten Einheiten in (j-1) Prüfungen“.

Unter der Bedingung, dass es im Fall n < M : i = c+1,...,n bzw. im Fall n ¥ M : i =c+1,...,M-1 defekte Stücke in der Stichprobe sind, kommt es zum folgenden Ansatz:

$$n_v^{/} = \sum_{i=c+1}^{n} \sum_{j=M-i}^{N-n} p * p(\text{in } j-1 \text{ Versuchen } M \text{ defekte St. im Los} / \cdots$$
$$\cdots \text{ i defekte St. in der Stichprobe}) * p(\text{i defekte St. in der Stichprobe})$$

Der **Erwartungswert E[X$_v$]** in j = M-i,...,N-n Versuchen (M-i) schlechte Stücke zu finden und die Vollkontrolle abzubrechen, ist demnach:

$$n_v^{/} = p * \sum_{i=c+1}^{\min\{n,M-1\}} \sum_{j=M-i}^{N-n} j * b_{p,j-1}(M-i-1) * b_{p,n}(i)$$

Die mittlere Anzahl zu prüfender Stücke bei abbrechender Kontrolle:

$$n_s^{/} = p * \sum_{i=c+1}^{\min\{n,M-1\}} \sum_{j=M-i}^{N-n} j * b_{p,j-1}(M-i-1) * b_{p,n}(i) + p(G \cap Z) * (N-n) + n$$

<u>Bemerkung:</u>

min{n,M-1}, da im Fall M § n, n`$_V$ und p(G...Z) den Wert 0 annehmen, wenn M und mehr defekte Stücke in der Stichprobe sind.[21]

[21] siehe Kapitel 2.2a)

3.1.5 Zusammenfassung der Kennzahlen im Szenario S

Wahrscheinlichkeiten der Vierfeldertafel:

$$p(A) = \sum_{i=0}^{c} b_{p,n} = B_{p,n}(c)$$

$$p(Z) = 1 - p(A) = \sum_{i=c+1}^{n} b_{p,n}(i)$$

$$p(G) = \sum_{i=o}^{M-1} b_{p,N}(i) = B_{p,N}(M-1)$$

$$p(S) = 1 - p(G) = 1 - B_{p,N}(M-1)$$

$$p(G \cap A) = \sum_{i=0}^{c} b_{p,n}(i) * B_{p,N-n}(M-1-i)$$

$$p(G \cap Z) = p(G) - p(G \cap A) = \sum_{i=c+1}^{n} b_{p,n}(i) * B_{p,N-n}(M-1-i)$$

$$p(S \cap A) = p(A) - p(G \cap A) = \sum_{i=o}^{c} b_{p,n}(i) * (1 - B_{p,N-n}(M-1-i))$$

$$p(S \cap Z) = p(Z) - p(G \cap Z) = \sum_{i=c+1}^{n} b_{p,n}(i) * (1 - B_{p,N-n}(M-1-i))$$

Bedingte Wahrscheinlichkeiten:

$$p(G / A) = p(G \cap A) / p(A)$$

$$p(A / G) = p(G \cap A) / p(G)$$

$$p(S / A) = p(S \cap A) / p(A)$$

$$p(A / S) = p(S \cap A) / p(S)$$

$$p(G / Z) = p(G \cap Z) / p(Z)$$

$$p(Z / G) = p(G \cap Z) / p(G)$$

$$p(S / Z) = p(S \cap Z) / p(Z)$$

$$p(Z / S) = p(S \cap Z) / p(S)$$

Reklamationsrisiko:

$$p(R) = \frac{p(S \cap A)}{p(G) + p(S \cap A)}$$

Durchschlupf:

$$d = \frac{\sum_{i=0}^{c}(i + (N-n) * p) * b_{p,n}(i) + \sum_{i=c+1}^{\min\{n,M-1\}}\left(\sum_{j=0}^{M-i-1}(i+j) * b_{p,N-n}(j)\right) * b_{p,n}(i)}{(p(A) + p(G \cap Z)) * N}$$

Wahrscheinlichkeit der Fehlentscheidungen:

$$p(FE) = p(G \cap Z) + p(S \cap A)$$

Wahrscheinlichkeit zur Vollkontrolle:

$$p(V) = \begin{cases} p(Z) & \text{für } n < M \\ \sum_{i=c+1}^{M-1} b_{p,n}(i) = B_{p,n}(M-1) - B_{p,n}(c) & \text{für } n \geq M \end{cases}$$

Mittlerer Prüfumfang:

$$n^{*} = n + (N-n) * p(V)$$

Mittlerer Prüfumfang bei abbrechender Vollkontrolle:

$$n_s^{\prime} = p * \sum_{i=c+1}^{\min\{n,M-1\}} \sum_{j=M-i}^{N-n} j * b_{p,j-1}(M-i-1) * b_{p,n}(i) + p(G \cap Z) * (N-n) + n$$

3.2 Grundkostenrechnung

Wertschöpfung in allen Geschäftsbereichen hat ihren Preis, d.h. sie kostet. Wichtig ist, beides im wirtschaftlichen Rahmen in der Balance zu halten.[22]

Qualitätssicherungsmaßnahmen haben natürlich auch ihren Preis, wie z.B. Personal- und Prüfmittelkosten, Qualitäts- und Prüfplanungskosten sowie Fehlerfolgekosten (Garantieleistungen, etc.). Doch sie implizieren auch eine Wertschöpfung durch die Werterhöhung aus der Sicht des Kunden. In erster Linie sind es die Qualität und die Erfüllung der Merkmale des Produktes, worauf der Kunde wert legt. Langfristig gesehen steigen auch das Ansehen und die Bekanntheit des Unternehmens, die das Produkt wertvoller machen.

Im folgenden beschränkt sich die Berechnung der Qualitätskosten auf die, die im Zusammenhang mit der Auswahl von Stichproben-anweisungen (n,c) stehen. Welche Kosten ein Betrieb für die regelmäßige Anwendung eines bestimmten Stichprobenplans veranschlagt, hängt natürlich von vielen internen Faktoren ab. Ein möglicher Weg für das Szenario S wird im folgenden Grundkostenmodell vorgestellt.

[22] Masing, W.: „Handbuch Qualitätsmanagement“, München/Wien 1999, S. 65

<u>Variablen der unterschiedlichen Kosten:</u>

$K_H :=$ Herstellungskosten des Produktes pro Los, wie z.B. Material, Arbeitsstunden, etc.

$K_{fix} :=$ Fixkosten pro Los, also vom Prüfungsaufwand unabhängige Kosten. Sie werden mit einem betriebswirtschaftlichen Verteilerschlüssel auf den Geschäftsbereich Qualitätsscherung umgelegt, wie z.B. Miete, Strom, etc.

$K_p :=$ durchschnittliche Prüfkosten für jedes untersuchte Stück im Los. In der Stichprobe werden immer n Stücke im Los geprüft. Zusätzlich wird im Fall der Vollkontrolle der Rest des Loses kontrolliert. Diese kommt nur dann zum Einsatz, wenn das Los „zurückgewiesen“ wird und noch nicht feststeht, dass es auch „schlecht“ ist. Somit ist K von n^* abhängig und im Falle der abbrechenden Kontrolle von n'_s.

$K_R :=$ durchschnittliche Reklamationskosten pro hergestelltem Los, ermittelt aus Nachbesserungen oder Vertragsstrafen. Diese Folgekosten können im Bezug auf die Vierfeldertafel im Szenario S entstehen, wenn ein Los „angenommen“ wird und „schlecht“ ist.

$K_E :=$ Entsorgungskosten, wie Vernichtungskosten von Partien, die zum Einsatz kommen, wenn das Los „schlecht“ ist und „zurückgewiesen“ wurde.

Die **Kostenfunktion pro Los** setzt sich wie folgt zusammen:

$$K = K_H + K_{fix} + n^* * K_p + p(S \cap A) * K_R + p(S \cap Z) * K_E$$

bei durchgehender Prüfung mit mittlerem Prüfumfang n^* und

$$K^/ = K_H + K_{fix} + n_s^/ * K_p + p(S \cap A) * K_R + p(S \cap Z) * K_E$$

bei abbrechender Kontrolle mit mittleren reduzierten Prüfumfang n'_S.

Beachte:
Diese vorgestellte Kostenfunktion ist auf die Qualitätslage nach der Fertigung, also vor Stichprobenprüfung und Auslieferung beschränkt.

Deshalb wird als weitere Variante die Kostenfunktion in das Verhältnis zu den ausgelieferten Losen gebracht, die nicht reklamiert werden.
Ausgeliefert werden Lose, die entweder „gut“ sind, als auch Lose, die „schlecht“ sind, jedoch „angenommen“ werden. Doch nicht jedes Los unter der Bedingung (S...A) wird reklamiert, deshalb ist der mittlere **Reklamationsanteil r** mit r œ [0,1] eingeführt[23].

Damit ist die **Kostenfunktion für ausgelieferte Lose, die nicht reklamiert werden:**

$$K = \frac{K_H + K_{fix} + n^* * K_p + p(S \cap A) * K_R + p(S \cap Z) * K_E}{p(G) + (1 - r) * p(S \cap A)}$$

bei durchgehender Prüfung mit n* und analog bei abbrechender Kontrolle mit $n^/_S$.

$$K^/ = \frac{K_H + K_{fix} + n_s^/ * K_p + p(S \cap A) * K_R + p(S \cap Z) * K_E}{p(G) + (1 - r) * p(S \cap A)}$$

[23] vgl. Börgens, M.: „Stichprobenprüfung in beherrschten und nicht beherrschten Prozessen“, Aachen 2000, S. 113

3.3 Beispiel - Etiketten:

Die Fa. Trampel & Co. produziert und vertreibt Paketetiketten, z. B. mit der Aufschrift „Vorsicht Glas!“, in einer Losgröße von 4000 Stück. Die Einheiten sind an einem Stück und durch Perforierung einzeln abtrennbar. Um die Qualität der Etiketten zu überprüfen, genügt eine einfache Sichtkontrolle eines Mitarbeiters, der die Aufkleber zufällig auf „fehlerfrei“ oder „fehlerhaft“ überprüft. Ein Austausch der fehlerhaften Stücke ist nicht möglich, da der Kunde das Los nur dann maschinell vernünftig einsetzen kann, wenn diese am Stück bleiben.

Das Los wird, wie eine Voruntersuchung in der Vergangenheit ergab, in einem beherrschten Prozess mit mittleren Ausschussanteil von 3,85 % hergestellt.

Mit einem Großkunden wird eine Qualitätssicherungsvereinbarung getroffen, in der dem Kunden bei 190 und mehr defekten Etiketten pro Los ein Reklamationsrecht eingeräumt wird. Ferner wird vertraglich eine Stichprobenprüfung am Warenausgang festgehalten, in der bei einem Stichprobenumfang von 100 Stück vier defekte Aufkleber toleriert werden.

Die Herstellungskosten für ein Los belaufen sich auf 200,-- € und die durchschnittlichen Fixkosten werden mit 80,-- € umgelegt. Die durchschnittlichen Prüfkosten pro Stück betragen 10 Cent. Weiterhin werden durchschnittliche Reklamationskosten und durchschnittliche Entsorgungskosten von jeweils 120,-- € und 100,-- € zu Grunde gelegt. Der mittlere Reklamationsanteil ist 0,6.

Unter den gegebenen Bedingungen wurde vom Programm **Info.Sys SzenS**[24] folgendes Informationssystem erstellt.

---

[24] siehe Anhang

Aus dem Beispiel kann man folgende Angaben entnehmen:

Grundgesamtheit:	$N =$	4000 Stück
Ausschussanteil:	$p =$	0.0385000
Reklamationsgrenze:	$M =$	190 Stück
Stichprobenumfang:	$n =$	100 Stück
Annahmezahl:	$c =$	4 Stück

Kosten:

Herstellungskosten:	$K_H =$	200.00 Euro
Fixkosten:	$K_{fix} =$	80.00 Euro
Stückprüfungskosten:	$K_p =$	0.10 Euro
Reklamationskosten:	$K_R =$	120.00 Euro
Entsorgungskosten:	$K_E =$	100.00 Euro
Reklamationsanteil:	$r =$	0.6000

Der Stichprobenplan (100,4) ergibt folgende Vierfeldertafel
und Wahrscheinlichkeiten:

Tafel:	p(A)=	p(Z)=	Σ
p(G)=	65.764238%	34.003914%	99.768152%
p(S)=	0.107694%	0.124154%	0.231848%
Σ	65.871932%	34.128068%	100%

p(G/A) = 99.836510 %

p(A/G) = 65.917065 %

p(G/Z) = 99.636212 %

p(Z/G) = 34.082935 %

p(S/A) = 0.163490 %

p(A/S) = 46.450309 %

p(S/Z) = 0.363788 %

p(Z/S) = 53.549691 %

Reklamationsrisiko:	p(R) =	0.107828 %
Durchschlupf:	d =	3.848772 %
Mittlerer Prüfumfang:	n^* =	1430.99 Stück
Kosten pro hergestelltem Los:	K_{HL} =	423.35 Euro
Kosten pro ausgeliefertem Los (nicht rekl.):	K_{AL} =	424.15 Euro

Fazit:

99,768 % aller hergestellten Lose genügen den Anforderungen des Kunden, davon werden allerdings nur ca. zwei Drittel sofort ausgeliefert. Das restliche Drittel wird durch Zurückweisung vollkontrolliert und erreicht erst dann den Kunden.

Die Tatsache das 99,636 % aller zurückgewiesener Lose gut sind und in der Vollkontrolle bis zur letzten Etikette geprüft wird, erklärt u.a. den hohen mittleren Prüfumfang und das sich durch einen Abbruch der Vollkontrolle keine Änderung ergibt. Das Programm errechnete einen mittleren Prüfumfang bei Abbruch der Vollkontrolle von n_S` = 1431 Stück.

Insgesamt erreichen den Kunden 99,876 % der hergestellten Lose und davon führen nur 0,1077 % zur Reklamation. Das lässt sich aber durch den insgesamt geringen Anteil an schlechten Losen und der hohen Reklamationsgrenze M = 190, sowie mit der Vollkontrolle nach Rückweisung des Loses erklären.

Die Rückweisquote von 0,34128 ist sehr hoch und wird den betrieblichen Ablauf sicherlich belasten. Eine Möglichkeit zur Verbesserung könnte ein weniger strenger Stichprobenplan sein. Das bedeutet entweder einen kleineren Stichprobenumfang zu wählen oder die Annahmezahl zu erhöhen.

Auch der Durchschlupf ist mit 3,849 % sehr nah an der Ausschussquote von 3,85 %, d.h. der Ausschuss erreicht den Kunden fast vollständig.

3.4 Beispiel - Kopierer:

Die Fa. Pünktchen stellt Kopierer her und vertreibt eine bestimmte Bauart von Schwarz/Weiß-Kopiergeräten. Um die Qualität dieser Produkte zu bewerten, wird ein einzelner Bildpunkt auf einer Kopie elektronisch auf die Qualitätslage „Schwarz“ oder „Weiß“ überprüft. Die Bildkopie hat 200 x 100 Bildpunkte bzw. Pixel und umfasst somit gesamt 20.000 Px. Eine vollständige Überprüfung der einzelnen Pixel wäre zu teuer und zu zeitaufwändig. Außerdem wurden regelmäßig Stichproben gemacht, die ergaben, dass der Produktionsprozess unter statistischer Kontrolle ist. Dem Hersteller ist bekannt, dass der Anteil an weißen Px. (fehlerhafte Wiedergabe) im Mittel um 0,024 % liegt. Das entspricht 4,8 weiße Px. pro Kopie.

Aufgrund starker Konkurrenz sichert Fa. Pünktchen einem Großkunden eine vertragliche Qualitätssicherungsvereinbarung über Stichproben-prüfung pro Kopierer am Warenausgang zu. Es wird als Reklamations-grenze M = 11 Px. vereinbart. Das bedeutet, dass der Kunde ein Qualitätsverlust von 0,055 % hinnimmt. Ferner wird dem Kunden eine Stichprobennahme von 200 Px. pro Bild zugesichert, wobei in der Stichprobe kein fehlerhafter Px. registriert werden darf. In der Vollkontrolle soll die Prüfung abgebrochen werden, falls die Reklamationsgrenze erreicht wird.

Die durchschnittliche Fixkostenumlage beträgt 100,-- € pro Kopierer und die durchschnittlichen Prüfkosten pro Px. belaufen sich auf 0,10 €. Weiter wurden die durchschnittlichen Reklamationskosten bzw. Eliminations-kosten mit 180,-- € bzw. 150,-- € pro Kopierer ermittelt.

Unter den gegebenen Bedingungen wurde vom Programm **Info.Sys SzenS**[25] folgendes Informationssystem erstellt.

[25] Siehe Anhang

Aus dem Beispiel kann man folgende Angaben entnehmen:

Grundgesamtheit:	N =	20000 Stück
Ausschussanteil:	p =	0.0002400
Reklamationsgrenze:	M =	11 Stück
Stichprobenumfang:	n =	200 Stück
Annahmezahl:	c =	0 Stück

Kosten:

Herstellungskosten:	K_H =	0.00 Euro
Fixkosten:	K_{fix} =	100.00 Euro
Stückprüfungskosten:	K_p =	0.10 Euro
Reklamationskosten:	K_R =	180.00 Euro
Entsorgungskosten:	K_E =	150.00 Euro
Reklamationsanteil:	r =	0.9000

Der Stichprobenplan (200,0) ergibt folgende Vierfeldertafel und Wahrscheinlichkeiten:

Tafel:	p(A)=	p(Z)=	Σ
p(G)=	94.386442%	4.572793%	98.959236%
p(S)=	0.926387%	0.114377%	1.040764%
Σ	95.312830%	4.687170%	100%

p(G/A) = 99.028056 %

p(A/G) = 95.379114 %

p(G/Z) = 97.559786 %

p(Z/G) = 4.620886 %

p(S/A) = 0.971944 %

p(A/S) = 89.010287 %

p(S/Z) = 2.440214 %

p(Z/S) = 10.989713 %

Reklamationsrisiko:	p(R) =	0.927448 %
Durchschlupf:	d =	0.023961 %
Mittlerer Prüfumfang bei		
abbrechender Vollkontrolle:	n` =	1124.95 Stück
Kosten pro hergestelltem Los:	K_{HL} =	214.33 Euro
Kosten pro ausgeliefertem Los (nicht rekl.):	K_{AL} =	247.28 Euro

Fazit:

Es fällt auf, das der Anteil der angenommenen Lose an der Grundgesamtheit mit 95,313 % sehr hoch ist, das u.a. aus der kleinen Ausschussquote resultiert. Davon sind 99,028 % gut und erreichen den Kunden, ohne einen erhöhten Prüfaufwand durch Vollkontrolle zu bewirken.

In diesem Beispiel wurde die Vollkontrolle bei vorzeitigem Ergebnis „das Los ist schlecht" abgebrochen und ergab einen mittleren Prüfumfang von 1125 Px. Ohne Abbruch errechnete das Programm einen mittleren Prüfumfang von 1128 Px. Dabei wurden nur 3 Pixelprüfungen eingespart. Dafür ist u.a. der hohe Anteil der guten Lose an den zurückgewiesenen Losen mit 0,9756 verantwortlich.

Es sind nur 1,041 % der hergestellten Lose schlecht, jedoch werden sie mit einer Beteiligung von 89,01 % zu Unrecht angenommen.

Die Differenz zwischen den Kosten pro hergestelltem Los und der Kosten pro ausgeliefertem Los ist sehr gering, da 99,886 % der hergestellten Lose ausgeliefert werden.

Auch hier erreicht den Kunden der Ausschuss von 0,024 % verglichen mit dem Durchschlupf von 0,02396 % fast vollständig.

3.4 Beispiel - Lüsterklemme:

Die Fa. Schock AG hat sich auf die Herstellung von Lüsterklemmen spezialisiert. Sie vertreibt eines dieser elektrischen Bauteile für 6 Ampere in Großpackungen von 800 Stück. Es sind dabei jeweils zehn Lüsterklemmen durch einen Kunststoffsteg miteinander verbunden. Seit Monaten überprüft der Betrieb mit einem Multifunktionsmeter die Leitfähigkeit einer jeden Lüsterklemme und kam zum Ergebnis, dass der Produktionsprozess mit einer Ausschussquote von 2,8 % beherrscht ist.

Durch diese Erkenntnis entscheidet sich Fa Schock AG in Zukunft nur noch per Stichprobenprüfung die Qualität der Lüsterklemmen zu kontrollieren. Dabei soll bei jedem achten Stück weiterhin die Leitfähigkeit überprüft werden, wobei insgesamt nicht mehr als vier defekte Bauteile entdeckt werden dürfen. In der Vollkontrolle soll die Prüfung bei vorzeitigem Ergebnis „das Los wird nicht ausgeliefert“ abgebrochen werden.

Der Kunde kann max. 3% defekte Stücke im Los hinnehmen und lässt sich deshalb 25 Stück als Reklamationsgrenze vertraglich zusichern.

Die Herstellkosten für ein Los belaufen sich auf 200,-- € und die durchschnittlichen Fixkosten werden mit 50,-- € umgelegt. Die Prüfkosten pro Stück betragen 5 Cent und die Kosten für von Kunden reklamierte Lose sind 80,-- €. Der Reklamationsanteil beträgt im Durchschnitt nur 20 %.

Unter den gegebenen Bedingungen wurde vom Programm **Info.Sys SzenS**[26] folgendes Informationssystem erstellt.

[26] siehe Anhang

Aus dem Beispiel kann man folgende Angaben entnehmen:

Grundgesamtheit:	$N =$	800 Stück
Ausschussanteil:	$p =$	0.0280000
Reklamationsgrenze:	$M =$	25 Stück
Stichprobenumfang:	$n =$	100 Stück
Annahmezahl:	$c =$	4 Stück

Kosten:

Herstellungskosten:	$K_H =$	100.00 Euro
Fixkosten:	$K_{fix} =$	50.00 Euro
Stückprüfungskosten:	$K_p =$	0.05 Euro
Reklamationskosten:	$K_R =$	80.00 Euro
Entsorgungskosten:	$K_E =$	0.00 Euro
Reklamationsanteil:	$r =$	0.2000

Der Stichprobenplan (100,4) ergibt folgende Vierfeldertafel und Wahrscheinlichkeiten:

Tafel:	p(A)=	p(Z)=	Σ
p(G)=	61.610195%	6.715296%	68.325492%
p(S)=	23.425460%	8.249048%	31.674508%
Σ	85.035655%	14.964345%	100%

$p(G/A)$ = 72.452191 %

$p(A/G)$ = 90.171609 %

$p(G/Z)$ = 44.875312 %

$p(Z/G)$ = 9.828391 %

$p(S/A)$ = 27.547809 %

$p(A/S)$ = 73.956823 %

$p(S/Z)$ = 55.124688 %

$p(Z/S)$ = 26.043177 %

Reklamationsrisiko:	$p(R)$ =	25.531572 %
Durchschlupf:	d =	2.732287 %
Mittlerer Prüfumfang bei abbrechender Vollkontrolle:	$n`$ =	194.66 Stück
Kosten pro hergestelltem Los:	K_{HL} =	178.47 Euro
Kosten pro ausgeliefertem Los (nicht rekl.):	K_{AL} =	275.99 Euro

Fazit:

Was hier besonders auffällt, ist der Anteil der schlechten Lose, der mit 31,675 % sehr groß ist und sich damit begründen lässt, dass die Reklamationsgrenze von 25 Stück ziemlich nahe am Ausschuss von 2,8 % aus 800 Stück liegt.

Das Reklamationsrisiko ist mit 25,53 % untragbar. Beteiligt daran ist, dass 73,957 % aller schlechten Lose zu Unrecht angenommen werden.

Der Reklamationsanteil von nur 0,2 verringert die Kosten für ein ausgeliefertes Los.

Auch die Rückweisquote am hergestellten Los liegt mit 0,1496 sehr hoch. Davon werden nach Vollkontrolle 44,875 % ausgeliefert und 55,125 % verbleiben beim Hersteller.

Durch die abbrechende Vollkontrolle werden bei diesem Stichprobenplan gegenüber dem mittleren Prüfumfang bei durchgehender Vollkontrolle zehn Prüfstücke eingespart. Das sind ca. 5 % bezüglich dem vom Programm errechneten mittleren Prüfumfang n^* = 195 Stück. Bei den geringen Stückprüfungskosten wird sich das jedoch fast nicht bemerkbar machen.

4. Exkurs in Annahmestichprobenprüfung nach DIN ISO 2859

Normung ist die planmäßige, durch interessierte Kreise gemeinschaftlich durchgeführte Vereinheitlichung von materiellen und immateriellen Gegenständen zum Nutzen der Allgemeinheit. Sie fördert Rationalisierung und Qualitätssicherung. Sie dient außerdem einer sinnvollen Ordnung und der Information auf dem jeweiligen Normungsgebiet.[27]

Das **Deutsche Institut für Normung e.V. (DIN)** führt die überbetriebliche Normung auf nationaler Ebene durch. Zusammen mit weiteren nationalen und internationalen Normungsorganisationen, wie z.B. der **International Organisation of Standardization (ISO),** wurden ca. 33.000 nationale (DIN), ca. 18.000 internationale (ISO und IEC) sowie ca. 11.000 europäische (CEN, CETSI) Normen und Normenentwürfe erarbeitet.

Ein großer Teil aller Normen hat mit dem Thema Qualität und Qualitätsmanagement (QM) zu tun. Als wesentliches Ergebnis der QM-Normung sind die Serien der **DIN ISO 9000 – 9004** zu erwähnen. Sie dienen im Wesentlichen als Grundlagen und Bezugsquellen für Vereinbarungen zwischen Produzenten und Kunden über die QM-Systeme und zur Zertifizierung nach internationalem Standard[28].

Als fachübergreifende Norm über **statistische Verfahren in der Annahmestichprobenprüfung anhand fehlerhafter Einheiten oder Fehler (Attributprüfung)** hat sich die **DIN ISO 2859** am stärksten durchgesetzt. [29]. Sie gibt Richtlinien für Verfahren und hält Tabellen bereit zur Ermittlung geeigneter Stichprobenanweisungen und deren Risiken.

[27]Masing, W.: „Handbuch Qualitätsmanagement“, München/Wien 1999, S. 76/78
[28]s.o.
[29]vgl. Masing, W.: „Handbuch Qualitätsmanagement“, München/Wien 1999, S. 88

Das in der DIN ISO 2859 festgelegte Stichprobensystem verwendet als Ordnungsprinzip im ersten Teil die **[Annehmbare Qualitätsgrenzlage]**, kurz **AQL (acceptance quality level).** Der Parameter AQL ist die Qualitätslage, die bei Betrachtung einer ununterbrochenen Serie von Losen per Stichprobenprüfung die Grenze einer „zufriedenstellenden" **mittleren Qualitätslage** ist. D.h. die mittlere Qualitätslage (Qualitätslage des Prozesses) soll kleiner oder gleich der AQL sein, damit „gute" Lose fast immer angenommen und häufige Rückweisungen vermieden werden. Die Rückweisewahrscheinlichkeit für Lose, deren Qualitätslage gleich der AQL sind, stellen das sogenannte Herstellerrisiko dar.[30]

Die DIN ISO 2859 ist primär für die Prüfung einer Serie von Losen gedacht, z.B. permanente Produktion für einen Kunden. Bei der Betrachtung einzelner Lose, wie z.B. bei einem Neukunden, wird zur Absicherung gegen die Überschreitung der AQL auf die Einbeziehung der **Operationscharakteristik (OC-Kurve)** und auf einen weiteren Parameter verwiesen: Die Stichprobenanweisungen, die nach der **[Rückweisende Qualitätsgrenzlage]**, kurz **LQ (limiting quality)** im zweiten Teil der Norm geordnet sind, haben eine hohe Rückweise-wahrscheinlichkeit zum Ziel. Es sollen „schlechte" Lose fast immer per Stichprobenprüfung zurückgewiesen werden und die Annahmewahr-scheinlichkeit für Lose, deren Qualitätslage gleich der LQ sind, stellen das sogenannte Kundenrisiko dar.[31]

Des Weiteren bezieht sich die DIN ISO 2859 auch auf andere Verfahren und Übergangsregeln von Stichprobensystemen, wie doppelte und mehrfache Stichprobenpläne sowie das Skip- und Lot-Verfahren.[32]

Der traditionelle Ansatz für eine normale Einfachstichprobenanweisung in der DIN ISO 2859 ist, durch Vorgabe einer Losgröße N (im Üblichen aus dem Prüfniveau II) einen passenden Stichprobenumfang n zu ermitteln.

[30] vgl. DIN-Tasch.buch 225: „Qualitätssicherung und angewandte Statistik", Berlin/Köln 1993, DIN ISO 2859/1
[31] vgl. DIN-Tasch.buch 225: „Qualitätssicherung und angewandte Statistik", Berlin/Köln 1993, DIN ISO 2859/2
[32] vgl. Börgens, M.: „Mathematische Methoden der Qualitätssicherung", FH Giessen-Friedberg, S. 29

Um die Stichprobenanweisung zu vervollständigen, bestimmt man mittels der AQL oder der LQ eine passende Annahmegrenze c.

Ansatz:

$$AQL = \frac{M_1}{N} \cdot 100\%$$

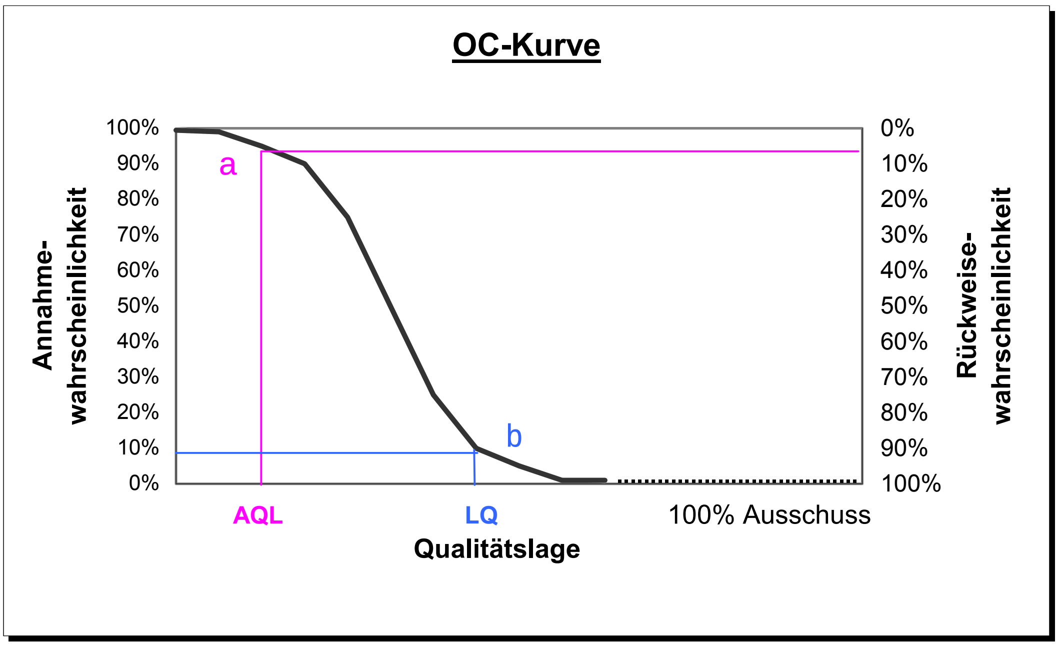
D.h. „Los ist gut", wenn höchstens M_1 Ausschussstücke im Los sind.

Analog:

$$LQ = \frac{M_2}{N} \cdot 100\%$$

D.h. „Los ist schlecht", wenn mindestens M_2 Ausschussstücke im Los sind.

Die **OC-Kurve** gibt u.a. Aufschluss darüber, mit welcher Annahmewahrscheinlichkeit gerechnet werden kann, wenn ein Lieferlos mit einer mittleren Qualitätslage nach der Stichprobenanweisung (n,c) geprüft wird.



a ú Herstellerrisikopunkt, d.h. untere Schranke bei der Auswahl der Stichprobenanweisung nach AQL.

b ú Kundenrisikopunkt, d.h. obere Schranke bei der Auswahl der Stichprobenanweisung nach LQ.

Bei der Auswahl der Stichprobenanweisungen nach AQL und LQ muss die Ausschussquote nicht bekannt sein. Im Gegensatz zum vorangestellten Informationssystem ist da der Fehleranteil im Los, der vom Produzenten und Kunden toleriert wird, die Grundlage. Daher sind Stichprobensysteme aus der Norm geeignet für **nicht beherrschte Prozesse.** Ist ein Produktionsprozess beherrscht und hat sich der Betrieb die Mühe gemacht, durch statistische Methoden die Ausschussquote zu ermitteln, sollte er das statistische Informationssystem dem der Norm DIN ISO 2859 vorziehen.

<u>Gründe:</u>

Das Reklamationsrisiko p(R) aus dem Informationssystem steht dafür welcher Anteil „schlechter“ Lose „angenommen“ wird und den Kunden erreicht. Es ist deshalb aussagefähiger als das in der Norm grundlegende Käuferrisiko p(A/S)[33].

Analoges gilt für das Herstellerrisiko im Informationssystem p(G...Z) im Vergleich zum genormten Risiko p(Z/G).

Des Weiteren bietet das Informationssystem im Gegensatz zur Norm eine **leicht durchschaubare Dokumentation** wichtiger statistischer Kennwerte. Hiermit ist es für das Qualitätsmanagement jederzeit möglich, die zu erwartenden Risiken und Effekte der Stichprobenanweisung zu

[33] Börgens M.: „Optimierungsverfahren und Risiko-Kennwerte für Stichprobenprüfung und Kostenrechnung“, Wiesbaden 1997

beurteilen. Dies ist auch für die Ermittlung der Kosten im Bereich der Qualitätssicherung von großer Bedeutung, da hier genaue Angaben zu Umfang und Risiken der Prüfung nötig sind.

Normalfall ist, dass ein Produzent nicht nur an einen einzigen Abnehmer liefert. Er muss deshalb großes Interesse daran haben, dass ein und dasselbe Produkt bei den verschiedenen Kunden nicht mit Stichprobenplänen verschiedener AQLs und LQs geprüft wird. Dies wäre sehr aufwändig und unübersichtlich. Dies könnte er z.B. damit vermeiden, indem er schon im Zeitpunkt der ersten Akquisitionsgespräche seinen Kunden die für ihn relevanten QS-Kennzahlen aus dem statistischen Informationssystem darlegt.

Im nächsten Kapitel wird ein Verfahren gezeigt, das durch einen qualitativen Vergleich von mehreren Stichprobenanweisungen zu einem für den Produzenten und seinen Kunden maßgeschneiderten Stichprobenplan führt, in anderen Worten, zu einem **„optimalen Stichprobenplan“ bezüglich des Aufwandes und der Kosten respektiv zur Sicherung der Qualität, die der Kunde erwartet.**

5. Optimierung von Stichprobenplänen im Szenario S

5.1 Mögliche Stichprobenpläne

Durch 1 § n § N und 0 § c < n gibt es:

1+2+....+N $= \sum_{i=1}^{N} i = \frac{N(N+1)}{2}$ **mögliche Stichprobenanweisungen (n,c).**

Im Szenario S kann die Stichprobe bei der Prüfung nicht bereinigt werden. Mit der Reklamationsgrenze M sind deshalb nur Stichprobenanweisungen mit c < M sinnvoll. Anderenfalls könnte ein Los, das mit Sicherheit in der Stichprobe als „schlecht" erkannt worden wäre, „angenommen" werden. Das ist widersprüchlich zur Qualitätssicherung.

Mit **c < M** beschränkt sich die Anzahl auf:

N+(N-1)+(N-2)+....+(N-M+1) $= \sum_{i=0}^{M-1} (N-i) = M * N - \frac{M(M-1)}{2} = M * (N - \frac{M-1}{2})$

mögliche Stichprobenanweisungen (n,c) im Szenario S.

5.2 Erlaubte Stichprobenpläne

In der Praxis wollen Hersteller und Kunde die verschiedenen Risiken, die auf sie zukommen, beschränken. Es kommen sogenannte Randbedingungen hinzu. Die Stichprobenanweisungen, die diesen Bedingungen genügen, sind **erlaubte Stichprobenanweisungen (n,c)**.

Beispiel:

In einer QS-Vereinbarung zwischen beiden Parteien fordert der Kunde folgenden Grenzwert: Der mittlere Anteil defekter Stücke in den Losen, die an ihn ausgeliefert werden, soll weniger als 0,5 % pro Los betragen. Die Randbedingung in diesem Fall ist: d § 0,005.

Auf der anderen Seite ist es für den Hersteller unerlässlich, eine weitere Randbedingung einzuführen, da eine zu hohe Rückweisequote den betrieblichen Produktionsablauf erheblich stören würde. Er beschränkt p(Z) auf 0,02.

<u>Es lassen sich Risiken mit Randbedingungen in zwei Gruppen einteilen:</u>

Randbedingungen für Herstellerrisiken (HR):	**Monotonie:**	**Randbedingungen für Käuferrisiken (KR):**	**Monotonie:**
p(G»Z) £ a_1 Eingeschränktes Herstellerrisiko	nâ, cä	**p(S»A) £ b_1** Eingeschränktes Käuferrisiko	nä, câ
p(G/Z) £ a_2 Eingeschränktes bedingtes Herstellerrisiko, ana. p(Z/G)	nâ, cä	**p(S/A) £ b_2** Eingeschränktes bedingtes Käuferrisiko, analog p(A/S)	nä, câ
p(Z) £ a_3 Eingeschränkte Rückweise-Wahrscheinlichkeit	nâ, cä	**p(R) £ b_3** Eingeschränktes Reklamationsrisiko	nä, câ
n^* £ n_0 Eingeschränkte mittlere Anzahl zu prüfender Stücke	nâ, cä	**d £ b_4** Eingeschränkter mittlerer Durchschlupf	nä, câ

nâ bzw. **câ** bedeutet, dass bei Vergrößerung des Stichprobenumfanges n bzw. der Annahmezahl c auch das Risiko wächst oder mindestens gleich bleibt.

nä bzw. **cä** bedeutet, dass bei Vergrößerung des Stichprobenumfanges n bzw. der Annahmezahl c das Risiko fällt oder höchstens gleich bleibt.

Das Wachstumsverhalten von p(R) wird im Kapitel 5.3 nachgewiesen, das der anderen QS-Kennzahlen wurde aus Literatur [2] entnommen.

Durch die Monotonieeigenschaft der QS-Kennzahlen bilden die Stichprobenpläne, die den Randbedingungen der HR bzw. KR genügen, eine **„obere Treppe“** bzw**. „untere Treppe“**. Dies gilt sowohl für einzelne Randbedingungen als auch für ihre Verknüpfung.[34]

a) <u>Obere Treppe</u>

HR § a

HR(n,c) ¥ HR(n,c+1)
HR(n,c) ¥ HR(n-1,c)

(n,c) erfüllt HR § a fl $\left\{\begin{matrix}(n, c+1)\\(n-1, c)\end{matrix}\right\}$ erfüllen HR § a

b) <u>Untere Treppe</u>

KR § b

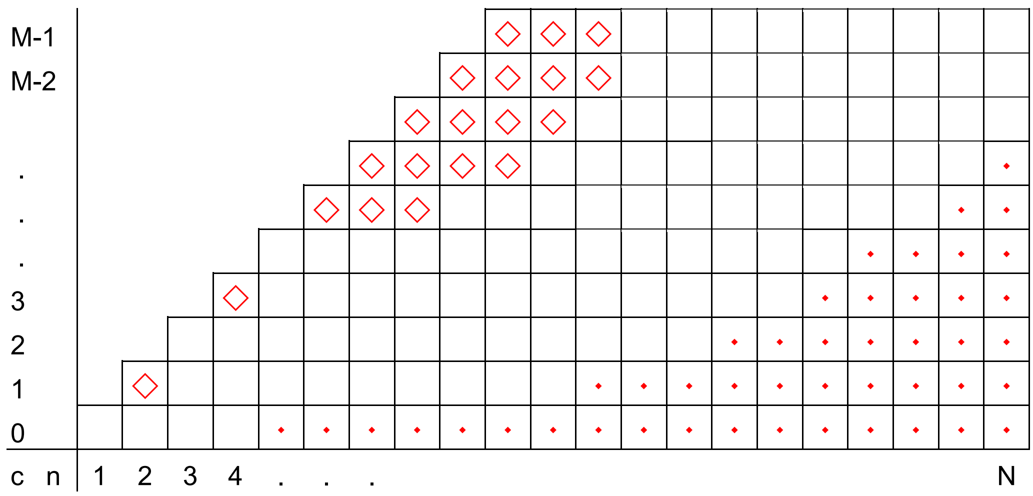
KR(n,c) ¥ KR(n,c-1)
KR(n,c) ¥ KR(n+1,c)

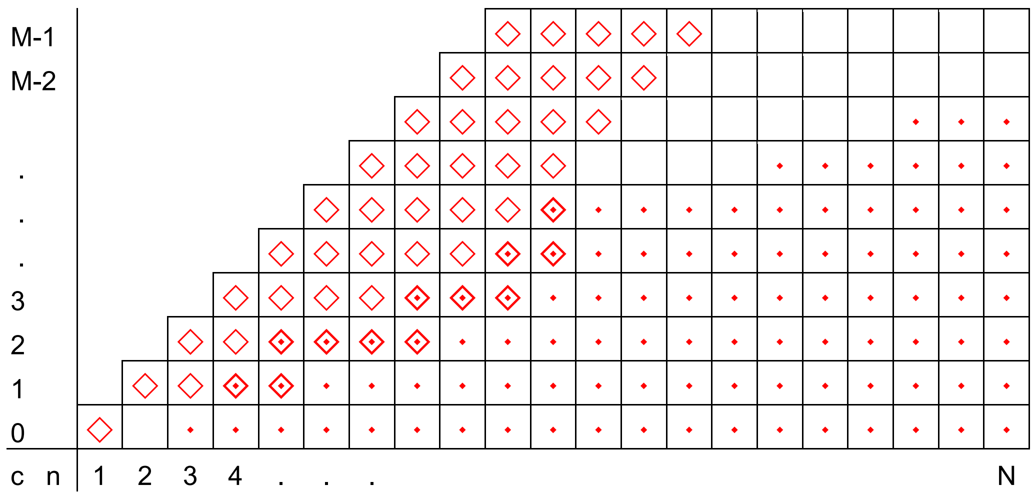
(n,c) erfüllt KR § b fl $\left\{\begin{matrix}(n, c-1)\\(n+1, c)\end{matrix}\right\}$ erfüllen KR § b

[34] vgl. Börgens, M.: „Mathematische Methoden der Qualitätssicherung“, FH Giessen-Friedberg, S. 40

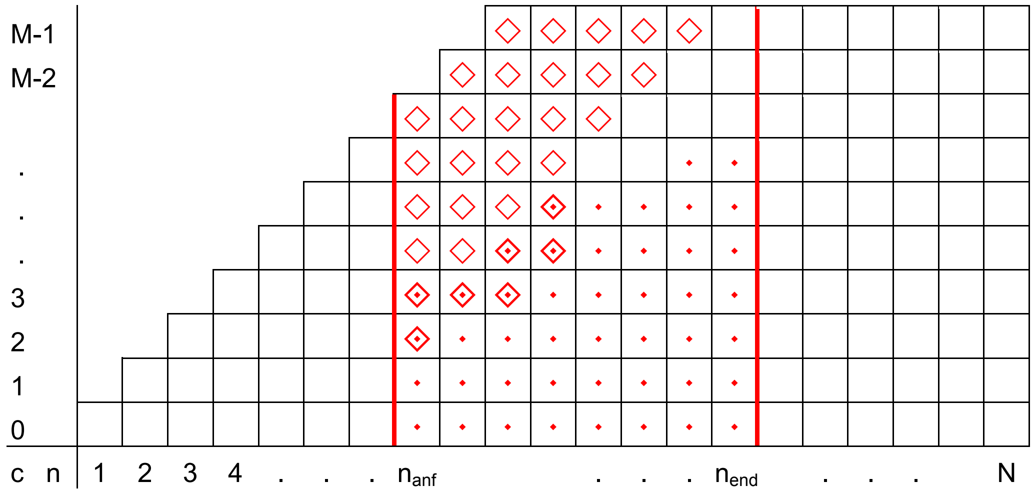
Durch die Treppenbedingung wird die Suche nach den erlaubten Stichprobenplänen, die den Randbedingungen genügen, erheblich vereinfacht. Es ist nicht mehr nötig, alle möglichen Stichprobepläne auf die einschränkende Bedingung zu überprüfen. Es genügt, sich auf den „Treppenrand“ zu beschränken. Liegt eine obere und untere Treppe vor, ermittelt man die Schnittmenge der Treppen.

<u>Darstellung „oberer Treppe“ und „unterer Treppe“ in einem Diagramm:</u>





In der Betriebspraxis ist es gängig, weitere Beschränkungen bezüglich des Stichprobenumfanges einzusetzen. In der Regel rechtfertigen Zeitaufwand und Kosten der Prüfung eine **Obergrenze des Stichprobenumfanges = n_{end}**. Auf der anderen Seite kann auch auf eine **Untergrenze des Stichprobenumfanges = n_{anf}** wertgelegt werden, um ein gewisses Maß an Sicherung der Qualität zu gewährleisten. Demnach sollten alle erlaubten Pläne innerhalb des Intervalls n_{anf} § n § n_{end} liegen[35].



Legende:

möglicher Plan (1 § n § N , 0 § c < M-1)

Plan erfüllt obere Treppenbedingung (HR § a)

Plan erfüllt untere Treppenbedingung (KR § b)

Plan erfüllt beide Bedingungen (HR § a und KR § b)

n_{anf} minimaler Stichprobenumfang

n_{end}. maximaler Stichprobennumfang

[35]vgl. Börgens, M.: „Mathematische Methoden der Qualitätssicherung“, FH Giessen-Friedberg, S. 42

5.3 Nachweis zur Monotonieeigenschaft von p(R):

Es gelten folgende Monotonieeigenschaften für die Binomialverteilungsfunktion $B_{p,n}(j)$ als auch für die Hypergeometrische Verteilungsfunktion $H_{N,k,n}(j)$, die zu einer oberen bzw. unteren Treppe führen:

I. Bei festem n und p (bzw. k) **wächst $B_{p,n}(j)$ (bzw. $H_{N,k,n,}(j)$) monoton** in [0,1], wenn die Annahmezahl j vergrößert wird:

$B_{p,n}$ (j) § $B_{p,n}$ (j+1) für alle j œ [0,n]; ganzzahlig; p, q œ {0,1}
$H_{N,k,n}$(j) § $H_{N,k,n}$(j+1) für alle j œ [max{0,n-N-k},min{n,k}], ganzzahlig

II. Bei festem j und p (bzw. k) **fällt $B_{p,n}(j)$ (bzw. $H_{N,k,n,}(j)$) monoton** in [0,1], wenn der Stichprobenumfang n vergrößert wird:

$B_{p,n+1}$(j) § $B_{p,n}$ (j) für alle j œ [0,n]; ganzzahlig; p, q œ {0,1}
$H_{N,k,n+1}$(j) § $H_{N,k,n}$(j) für alle j œ [max{0,n-N-k},min{n,k}], ganzzahlig

Im Folgenden sei p(R;n,c) das Reklamationsrisiko p(R) unter der dazugehörigen Stichprobenanweisung (n,c). Analoges gilt für p(S…A;n,c).

$$p(R;n,c) = \frac{p(S \cap A;n,c)}{p(G) + p(S \cap A;n,c)} \quad \Rightarrow \quad 1 - p(R;n,c) = \frac{p(G)}{p(G) + p(S \cap A;n,c)}$$

p(G) mit $B_{p,N}$(M-1) ist weder von n, noch von c abhängig. Somit ist p(G) fest und nur die Wachstumseigenschaft von p(S…A;n,c) zu zeigen:

a) Monotonieeigenschaft von p(S»A;n,c) in Abhängigkeit von der Annahmezahl c:

Behauptung:

$$p(S \cap A; n, c) \quad \leq \quad p(S \cap A; n, c+1)$$

Beweis:

$$p(S \cap A; n, c+1) = \sum_{i=0}^{c+1} b_{p,n}(i) * (1 - B_{p,N-n}(M - i - 1)) =$$

$$= b_{p,n}(c+1) * (1 - B_{p,N-n}(M - c)) + \sum_{i=0}^{c} b_{p,n}(i) * (1 - B_{p,N-n}(M - i - 1)) =$$

$$= b_{p,n}(c+1) * (1 - B_{p,N-n}(M - c)) + p(S \cap A; n, c)$$

wegen :

$b_{p,n}(c+1) \geq 0$ für $0 \leq c < n$

$B_{p,N-n}(M - c) \leq 1 \Rightarrow (1 - B_{p,N-n}(M - c)) \geq 0$ für $0 < M < N$

$$\Rightarrow p(S \cap A; n, c) \leq p(S \cap A; n, c+1)$$

$\Rightarrow p(S \cap A)$ **wächst monoton mit c** **câ**

$$\Rightarrow \frac{p(G)}{p(G) + p(S \cap A; n, c)} \geq \frac{p(G)}{p(G) + p(S \cap A; n, c+1)}$$

$\Rightarrow 1 - p(R)$ **fällt monoton mit c** **cä**

$$\Rightarrow \frac{p(S \cap A; n, c)}{p(G) + p(S \cap A; n, c)} \leq \frac{p(G)}{p(G) + p(S \cap A; n, c+1)}$$

fi p(R) wächst monoton mit c câ

Es gilt für p(R), dass das Risiko zur Reklamation steigt, wenn bei gleicher Ausschussquote und gleichem Stichprobenumfang, die Annahmezahl erhöht wird. Die Stichprobenanweisung wird dadurch „weniger streng“, und es können den Kunden mehr defekte Stücke erreichen.

b) Monotonieeigenschaft von p(S»A;n,c) in Abhängigkeit von dem Stichprobenumfang n:

Zur einfacheren Beweisführung wird p(S...A) unter Anwendung der Hypergeometrischen Verteilung (HV) von der ursprünglichen Formel in eine andere transportiert:

Von k =M,...,N defekten Stücken im „schlechten“ Los ausgehend ist die Wahrscheinlichkeit zur Annahme des „schlechten“ Loses mit der Hypergeometrischen Verteilung $H_{N,k,n}(i)$ in folgender Weise berechenbar:

$$p(S \cap A) = p(\text{Bis zu c defekte Stücke in der Stichprobe} / \cdots$$
$$\cdots \text{genau k defekte Stücke im Los}) * p(\text{k defekte Stücke im Los})$$

$$p(S \cap A) = \sum_{k=M}^{N} b_{p,N}(k) * \sum_{i=0}^{c} h_{N,k,n}(i) = \sum_{k=M}^{N} b_{p,N}(k) * H_{N,k,n}(c)$$

Behauptung:

$$p(S \cap A; n, c) \quad \geq \quad p(S \cap A; n+1, c)$$

Beweis:

Es gilt**:**

i) Symmetrieeigenschaft der HV bezüglich der Parameter k und n:

$$h_{N,k,n}(i) = \frac{\binom{k}{i} * \binom{N-k}{n-i}}{\binom{N}{n}} = \frac{k! * (N-k)! * n! * (N-n)!}{i! * (k-i)! * (n-i)! * (N-k-n+i)! * N!} =$$

$$= \frac{\binom{n}{i} * \binom{N-n}{k-i}}{\binom{N}{k}} = h_{N,n,k}(i)$$

ii) Rechenregel aus der Kombinatorik:

$$\binom{x+1}{y} = \binom{x}{y} + \binom{x}{y-1}$$

$$p(S \cap A; n, c) - p(S \cap A; n+1, c) = \sum_{k=M}^{N} b_{p,N}(k) * (H_{N,k,n}(c) - H_{N,k,n+1}(c)) =$$

wegen **i)** und mit **T** $= \sum_{k=M}^{N} b_{p,N}(k)$ als Konstante:

$$= T * (H_{N,n,k}(c) - H_{N,n+1,k}(c)) = T * \sum_{i=0}^{c} \frac{\binom{n}{i} * \binom{N-n}{k-i} - \binom{n+1}{i} * \binom{N-n-1}{k-i}}{\binom{N}{k}} =$$

wegen **ii)** für $\binom{N-n}{k-i}$ und $\binom{n+1}{i}$:

$$= T * \sum_{i=0}^{c} \frac{\binom{n}{i} * \binom{N-n-1}{k-i-1} - \binom{n}{i-1} * \binom{N-n-1}{k-i}}{\binom{N}{k}} =$$

$$= T * (\sum_{i=0}^{c} \frac{\binom{n}{i} * \binom{N-n-1}{k-i-1}}{\binom{N}{k}} - \sum_{i=1}^{c} \frac{\binom{n}{i-1} * \binom{N-n-1}{k-i}}{\binom{N}{k}}) =$$

$$= T * (\sum_{i=0}^{c} \frac{\binom{n}{i} * \binom{N-n-1}{k-i-1}}{\binom{N}{k}} - \sum_{i=0}^{c-1} \frac{\binom{n}{i} * \binom{N-n-1}{k-i-1}}{\binom{N}{k}}) =$$

$$= \sum_{k=M}^{N} b_{p,N}(k) * \frac{\binom{n}{c} * \binom{N-n-1}{k-c-1}}{\binom{N}{k}} \quad \geq \quad 0 \quad \text{für } c \in \left[\max\{0, n-N-k\}, \min\{n,k\}\right]$$

$$\Rightarrow \; p(S \cap A; n, c) \quad \geq \quad p(S \cap A; n+1, c)$$

$\Rightarrow p(S \cap A)$ **fällt monoton mit n** **nä**

$$\Rightarrow \quad \frac{p(G)}{p(G) + p(S \cap A; n, c)} \leq \frac{p(G)}{p(G) + p(S \cap A; n, c+1)}$$

$\Rightarrow 1 - p(R)$ **wächst monoton mit n** **nâ**

fi p(R) **fällt monoton mit n** **nä**

Es gilt für p(R), dass das Risiko zur Reklamation sinkt, wenn bei gleicher Ausschussquote und gleicher Annahmezahl, der Stichprobenumfang erhöht wird. Die Stichprobenanweisung wird dadurch „strenger“ und es erreichen den Kunden weniger defekte Stücke.

5.4 Optimierungskriterien für Stichprobenpläne

Sind die erlaubten Stichprobenpläne ermittelt, dann bieten sich insbesondere durch ihre Bedeutung in der Praxis zwei Optimierungskriterien an, um den besten Plan zu finden:

a) Minimierung des Stichprobenumfanges

Der Stichprobenplan mit dem kleinsten n unter den erlaubten ist leicht zu finden. Es wird der Treppenanfang genommen bzw. das erste n, für welches der Stichprobenplan die Randbedingungen erfüllt. Liegen Randbedingungen zu Hersteller- und Käuferrisiken vor, befindet sich das kleinste n da, wo sich die Treppenränder zum erstenmal überschneiden.

b) Minimierung der Kosten

Wird als Optimierungskriterium „Kostenminimierung“ gewählt, ordnet man allen erlaubten Plänen die Kosten zu und ermittelt durch Vergleich den Plan mit den geringsten Kosten.
Beachte: Eine Einschränkung der Kostenfunktion erfüllt nicht die Treppenbedingungen für Stichprobenanweisungen[36]. Es sollten daher erst die erlaubten Stichprobenpläne gesucht werden. Danach übergibt man die Werte der QS-Kennzahlen, die zu den erlaubten Plänen gehören, der Kostenfunktion[37].

---

[36] vgl. Börgens, M.: „Stichprobenprüfung in beherrschten und nicht beherrschten Prozessen“, Aachen 2000, S. 113
[37] siehe Kapitel 3.2

5.5 Beispiel Etiketten

Die Fa. Trampel & Co. stellt für einen weiteren Kunden gleiche Paketetiketten in Abnahmepartien von 400 Stück her. Die Etiketten sind in ihren Abmessungen größer und es wird weniger Ausschuss produziert als im Beispiel 3.3. Durch regelmäßige Stichproben wurde festgestellt, dass die Ausschussquote im Mittel um 0,985 % liegt.

In einer Qualitätssicherungsvereinbarung werden als Reklamationsgrenze vier defekte Paketetiketten vertraglich festgehalten. Der Hersteller räumt eine Stichprobenprüfung bis max. 50 Stück ein, wobei sein Risiko der Zurückweisung von Losen kleiner als 0,15% sein soll.

Die Herstellkosten für diese Losgröße betragen 20,-- € und die Fixkosten 8,-- €. Es wurden Stückprüfungskosten von 0,10 € ermittelt und die Reklamationskosten bzw. die Entsorgungskosten für ein eliminiertes Los betragen 12,-- € bzw. 10,-- €.

Unter den gegebenen Bedingungen wurden vom Programm **Opti.Sys SzenS**[38] folgende erlaubte Pläne ermittelt und ausgegeben.

[38] siehe Anhang

Aus dem Beispiel kann man folgende Angaben entnehmen:

Grundgesamtheit:	$N =$	400 Stück
Ausschussanteil:	$p =$	0.0098500
Reklamationsgrenze:	$M =$	4 Stück
min. Stichprobenumfang:	$n >=$	1 Stück
max. Stichprobenumfang:	$n <=$	50 Stück
Randbedingung:	$p(Z) <=$	0.0015000

Kosten:

Herstellungskosten:	$K_H =$	20.00 Euro
Fixkosten:	$K_{fix} =$	8.00 Euro
Stückprüfungskosten:	$K_p =$	0.10 Euro
Reklamationskosten:	$K_R =$	12.00 Euro
Entsorgungskosten:	$K_E =$	10.00 Euro

Aus den Vorgaben ergeben sich 72 erlaubte Stichprobenanweisungen: ●

(Mögliche Stichprobenanweisungen: •)

	(n,c)	p(G)	p(S)	p(A)	p(R)
1	(2,1)	0.4443564	0.5556436	0.9999030	0.0000970
2	(3,1)	0.4443564	0.5556436	0.9997108	0.0002892
3	(4,1)	0.4443564	0.5556436	0.9994255	0.0005745
4	(5,1)	0.4443564	0.5556436	0.9990487	0.0009513
5	(6,1)	0.4443564	0.5556436	0.9985825	0.0014175
6	(3,2)	0.4443564	0.5556436	0.9999990	0.0000010
7	(4,2)	0.4443564	0.5556436	0.9999962	0.0000038
8	(5,2)	0.4443564	0.5556436	0.9999906	0.0000094
9	(6,2)	0.4443564	0.5556436	0.9999813	0.0000187
10	(7,2)	0.4443564	0.5556436	0.9999675	0.0000325
11	(8,2)	0.4443564	0.5556436	0.9999484	0.0000516
12	(9,2)	0.4443564	0.5556436	0.9999232	0.0000768
13	(10,2)	0.4443564	0.5556436	0.9998911	0.0001089
14	(11,2)	0.4443564	0.5556436	0.9998514	0.0001486
15	(12,2)	0.4443564	0.5556436	0.9998033	0.0001967
16	(13,2)	0.4443564	0.5556436	0.9997462	0.0002538
17	(14,2)	0.4443564	0.5556436	0.9996793	0.0003207
18	(15,2)	0.4443564	0.5556436	0.9996021	0.0003979
19	(16,2)	0.4443564	0.5556436	0.9995139	0.0004861
20	(17,2)	0.4443564	0.5556436	0.9994140	0.0005860
21	(18,2)	0.4443564	0.5556436	0.9993020	0.0006980
22	(19,2)	0.4443564	0.5556436	0.9991772	0.0008228
23	(20,2)	0.4443564	0.5556436	0.9990391	0.0009609
24	(21,2)	0.4443564	0.5556436	0.9988871	0.0011129
25	(22,2)	0.4443564	0.5556436	0.9987209	0.0012791
26	(23,2)	0.4443564	0.5556436	0.9985397	0.0014603
27	(4,3)	0.4443564	0.5556436	1.0000000	0.0000000
28	(5,3)	0.4443564	0.5556436	1.0000000	0.0000000
29	(6,3)	0.4443564	0.5556436	0.9999999	0.0000001
30	(7,3)	0.4443564	0.5556436	0.9999997	0.0000003
31	(8,3)	0.4443564	0.5556436	0.9999994	0.0000006
32	(9,3)	0.4443564	0.5556436	0.9999989	0.0000011
33	(10,3)	0.4443564	0.5556436	0.9999981	0.0000019
34	(11,3)	0.4443564	0.5556436	0.9999971	0.0000029
35	(12,3)	0.4443564	0.5556436	0.9999956	0.0000044
36	(13,3)	0.4443564	0.5556436	0.9999937	0.0000063
37	(14,3)	0.4443564	0.5556436	0.9999913	0.0000087
38	(15,3)	0.4443564	0.5556436	0.9999882	0.0000118
39	(16,3)	0.4443564	0.5556436	0.9999844	0.0000156
40	(17,3)	0.4443564	0.5556436	0.9999798	0.0000202
41	(18,3)	0.4443564	0.5556436	0.9999742	0.0000258
42	(19,3)	0.4443564	0.5556436	0.9999676	0.0000324
43	(20,3)	0.4443564	0.5556436	0.9999598	0.0000402
44	(21,3)	0.4443564	0.5556436	0.9999507	0.0000493
45	(22,3)	0.4443564	0.5556436	0.9999403	0.0000597
46	(23,3)	0.4443564	0.5556436	0.9999282	0.0000718
47	(24,3)	0.4443564	0.5556436	0.9999146	0.0000854
48	(25,3)	0.4443564	0.5556436	0.9998991	0.0001009
49	(26,3)	0.4443564	0.5556436	0.9998817	0.0001183
50	(27,3)	0.4443564	0.5556436	0.9998622	0.0001378
51	(28,3)	0.4443564	0.5556436	0.9998405	0.0001595
52	(29,3)	0.4443564	0.5556436	0.9998164	0.0001836
53	(30,3)	0.4443564	0.5556436	0.9997898	0.0002102
54	(31,3)	0.4443564	0.5556436	0.9997606	0.0002394
55	(32,3)	0.4443564	0.5556436	0.9997285	0.0002715
56	(33,3)	0.4443564	0.5556436	0.9996934	0.0003066
57	(34,3)	0.4443564	0.5556436	0.9996553	0.0003447
58	(35,3)	0.4443564	0.5556436	0.9996138	0.0003862
59	(36,3)	0.4443564	0.5556436	0.9995690	0.0004310
60	(37,3)	0.4443564	0.5556436	0.9995205	0.0004795
61	(38,3)	0.4443564	0.5556436	0.9994682	0.0005318
62	(39,3)	0.4443564	0.5556436	0.9994121	0.0005879
63	(40,3)	0.4443564	0.5556436	0.9993518	0.0006482
64	(41,3)	0.4443564	0.5556436	0.9992873	0.0007127
65	(42,3)	0.4443564	0.5556436	0.9992185	0.0007815
66	(43,3)	0.4443564	0.5556436	0.9991450	0.0008550
67	(44,3)	0.4443564	0.5556436	0.9990668	0.0009332
68	(45,3)	0.4443564	0.5556436	0.9989837	0.0010163
69	(46,3)	0.4443564	0.5556436	0.9988956	0.0011044
70	(47,3)	0.4443564	0.5556436	0.9988022	0.0011978
71	(48,3)	0.4443564	0.5556436	0.9987035	0.0012965
72	(49,3)	0.4443564	0.5556436	0.9985992	0.0014008

	(n,c)	$p(G \wedge A)$	$p(G \wedge S)$	$p(S \wedge A)$	$p(S \wedge S)$
1	(2,1)	0.4443471	0.0000094	0.5555559	0.0000877
2	(3,1)	0.4443284	0.0000280	0.5553825	0.0002611
3	(4,1)	0.4443004	0.0000560	0.5551251	0.0005185
4	(5,1)	0.4442632	0.0000932	0.5547855	0.0008580
5	(6,1)	0.4442168	0.0001397	0.5543657	0.0012779
6	(3,2)	0.4443564	0.0000000	0.5556426	0.0000009
7	(4,2)	0.4443564	0.0000001	0.5556399	0.0000037
8	(5,2)	0.4443562	0.0000002	0.5556343	0.0000092
9	(6,2)	0.4443561	0.0000004	0.5556253	0.0000183
10	(7,2)	0.4443558	0.0000007	0.5556118	0.0000318
11	(8,2)	0.4443554	0.0000011	0.5555931	0.0000505
12	(9,2)	0.4443548	0.0000016	0.5555684	0.0000752
13	(10,2)	0.4443542	0.0000023	0.5555369	0.0001066
14	(11,2)	0.4443533	0.0000031	0.5554981	0.0001455
15	(12,2)	0.4443523	0.0000041	0.5554510	0.0001926
16	(13,2)	0.4443511	0.0000054	0.5553951	0.0002485
17	(14,2)	0.4443496	0.0000068	0.5553297	0.0003138
18	(15,2)	0.4443479	0.0000085	0.5552542	0.0003894
19	(16,2)	0.4443459	0.0000105	0.5551680	0.0004756
20	(17,2)	0.4443437	0.0000128	0.5550704	0.0005732
21	(18,2)	0.4443411	0.0000153	0.5549609	0.0006827
22	(19,2)	0.4443382	0.0000182	0.5548390	0.0008046
23	(20,2)	0.4443350	0.0000214	0.5547041	0.0009395
24	(21,2)	0.4443315	0.0000250	0.5545557	0.0010879
25	(22,2)	0.4443275	0.0000289	0.5543933	0.0012502
26	(23,2)	0.4443232	0.0000333	0.5542166	0.0014270
27	(4,3)	0.4443564	0.0000000	0.5556436	0.0000000
28	(5,3)	0.4443564	0.0000000	0.5556435	0.0000000
29	(6,3)	0.4443564	0.0000000	0.5556434	0.0000001
30	(7,3)	0.4443564	0.0000000	0.5556433	0.0000003
31	(8,3)	0.4443564	0.0000000	0.5556429	0.0000006
32	(9,3)	0.4443564	0.0000000	0.5556424	0.0000011
33	(10,3)	0.4443564	0.0000000	0.5556417	0.0000019
34	(11,3)	0.4443564	0.0000000	0.5556406	0.0000029
35	(12,3)	0.4443564	0.0000000	0.5556392	0.0000044
36	(13,3)	0.4443564	0.0000000	0.5556373	0.0000063
37	(14,3)	0.4443564	0.0000000	0.5556349	0.0000087
38	(15,3)	0.4443564	0.0000000	0.5556318	0.0000118
39	(16,3)	0.4443564	0.0000000	0.5556280	0.0000156
40	(17,3)	0.4443564	0.0000000	0.5556234	0.0000202
41	(18,3)	0.4443564	0.0000000	0.5556178	0.0000258
42	(19,3)	0.4443564	0.0000000	0.5556112	0.0000324
43	(20,3)	0.4443564	0.0000000	0.5556034	0.0000402
44	(21,3)	0.4443564	0.0000000	0.5555943	0.0000493
45	(22,3)	0.4443564	0.0000000	0.5555838	0.0000597
46	(23,3)	0.4443564	0.0000000	0.5555718	0.0000718
47	(24,3)	0.4443564	0.0000000	0.5555581	0.0000854
48	(25,3)	0.4443564	0.0000000	0.5555427	0.0001009
49	(26,3)	0.4443564	0.0000000	0.5555253	0.0001183
50	(27,3)	0.4443564	0.0000000	0.5555058	0.0001378
51	(28,3)	0.4443564	0.0000000	0.5554840	0.0001595
52	(29,3)	0.4443564	0.0000000	0.5554600	0.0001836
53	(30,3)	0.4443564	0.0000000	0.5554334	0.0002102
54	(31,3)	0.4443564	0.0000000	0.5554041	0.0002394
55	(32,3)	0.4443564	0.0000000	0.5553721	0.0002715
56	(33,3)	0.4443564	0.0000000	0.5553370	0.0003066
57	(34,3)	0.4443564	0.0000000	0.5552989	0.0003447
58	(35,3)	0.4443564	0.0000000	0.5552574	0.0003862
59	(36,3)	0.4443564	0.0000000	0.5552125	0.0004310
60	(37,3)	0.4443564	0.0000000	0.5551640	0.0004795
61	(38,3)	0.4443564	0.0000000	0.5551118	0.0005318
62	(39,3)	0.4443564	0.0000000	0.5550556	0.0005879
63	(40,3)	0.4443564	0.0000000	0.5549954	0.0006482
64	(41,3)	0.4443564	0.0000000	0.5549309	0.0007127
65	(42,3)	0.4443564	0.0000000	0.5548620	0.0007815
66	(43,3)	0.4443564	0.0000000	0.5547886	0.0008550
67	(44,3)	0.4443564	0.0000000	0.5547104	0.0009332
68	(45,3)	0.4443564	0.0000000	0.5546273	0.0010163
69	(46,3)	0.4443564	0.0000000	0.5545392	0.0011044
70	(47,3)	0.4443564	0.0000000	0.5544458	0.0011978
71	(48,3)	0.4443564	0.0000000	0.5543471	0.0012965
72	(49,3)	0.4443564	0.0000000	0.5542428	0.0014008

	(n,c)	p(R)	n*	d	Kosten/Euro
1	(2,1)	0.5556046	2.0386150	0.0098495	34.87
2	(3,1)	0.5555275	3.1147950	0.0098485	34.98
3	(4,1)	0.5554131	4.2275053	0.0098470	35.09
4	(5,1)	0.5552620	5.3757263	0.0098451	35.20
5	(6,1)	0.5550750	6.5584529	0.0098427	35.32
6	(3,2)	0.5556432	3.0003794	0.0098500	34.97
7	(4,2)	0.5556419	4.0014989	0.0098500	35.07
8	(5,2)	0.5556395	5.0037009	0.0098499	35.17
9	(6,2)	0.5556354	6.0073103	0.0098499	35.27
10	(7,2)	0.5556294	7.0126349	0.0098498	35.37
11	(8,2)	0.5556211	8.0199658	0.0098496	35.47
12	(9,2)	0.5556102	9.0295781	0.0098494	35.57
13	(10,2)	0.5555962	10.0417310	0.0098492	35.67
14	(11,2)	0.5555789	11.0566700	0.0098489	35.77
15	(12,2)	0.5555580	12.0746230	0.0098486	35.87
16	(13,2)	0.5555331	13.0958070	0.0098481	35.98
17	(14,2)	0.5555041	14.1204230	0.0098477	36.08
18	(15,2)	0.5554705	15.1486600	0.0098471	36.18
19	(16,2)	0.5554321	16.1806930	0.0098465	36.28
20	(17,2)	0.5553887	17.2166860	0.0098458	36.39
21	(18,2)	0.5553400	18.2567890	0.0098450	36.49
22	(19,2)	0.5552857	19.3011430	0.0098441	36.60
23	(20,2)	0.5552257	20.3498760	0.0098431	36.70
24	(21,2)	0.5551596	21.4031040	0.0098420	36.81
25	(22,2)	0.5550873	22.4609350	0.0098409	36.91
26	(23,2)	0.5550086	23.5234660	0.0098396	37.02
27	(4,3)	0.5556436	4.0000000	0.0098500	35.07
28	(5,3)	0.5556436	5.0000000	0.0098500	35.17
29	(6,3)	0.5556435	6.0000000	0.0098500	35.27
30	(7,3)	0.5556434	7.0000000	0.0098500	35.37
31	(8,3)	0.5556433	8.0000000	0.0098500	35.47
32	(9,3)	0.5556431	9.0000000	0.0098500	35.57
33	(10,3)	0.5556427	10.0000000	0.0098500	35.67
34	(11,3)	0.5556423	11.0000000	0.0098500	35.77
35	(12,3)	0.5556416	12.0000000	0.0098500	35.87
36	(13,3)	0.5556408	13.0000000	0.0098499	35.97
37	(14,3)	0.5556397	14.0000000	0.0098499	36.07
38	(15,3)	0.5556383	15.0000000	0.0098499	36.17
39	(16,3)	0.5556366	16.0000000	0.0098498	36.27
40	(17,3)	0.5556346	17.0000000	0.0098498	36.37
41	(18,3)	0.5556321	18.0000000	0.0098498	36.47
42	(19,3)	0.5556292	19.0000000	0.0098497	36.57
43	(20,3)	0.5556257	20.0000000	0.0098496	36.67
44	(21,3)	0.5556217	21.0000000	0.0098495	36.77
45	(22,3)	0.5556170	22.0000000	0.0098494	36.87
46	(23,3)	0.5556117	23.0000000	0.0098493	36.97
47	(24,3)	0.5556056	24.0000000	0.0098492	37.07
48	(25,3)	0.5555987	25.0000000	0.0098490	37.17
49	(26,3)	0.5555910	26.0000000	0.0098489	37.27
50	(27,3)	0.5555823	27.0000000	0.0098487	37.37
51	(28,3)	0.5555727	28.0000000	0.0098485	37.47
52	(29,3)	0.5555620	29.0000000	0.0098483	37.57
53	(30,3)	0.5555502	30.0000000	0.0098480	37.67
54	(31,3)	0.5555371	31.0000000	0.0098478	37.77
55	(32,3)	0.5555229	32.0000000	0.0098475	37.87
56	(33,3)	0.5555073	33.0000000	0.0098471	37.97
57	(34,3)	0.5554903	34.0000000	0.0098468	38.07
58	(35,3)	0.5554719	35.0000000	0.0098464	38.17
59	(36,3)	0.5554520	36.0000000	0.0098460	38.27
60	(37,3)	0.5554304	37.0000000	0.0098456	38.37
61	(38,3)	0.5554072	38.0000000	0.0098451	38.47
62	(39,3)	0.5553822	39.0000000	0.0098446	38.57
63	(40,3)	0.5553554	40.0000000	0.0098440	38.67
64	(41,3)	0.5553267	41.0000000	0.0098435	38.77
65	(42,3)	0.5552960	42.0000000	0.0098428	38.87
66	(43,3)	0.5552633	43.0000000	0.0098422	38.97
67	(44,3)	0.5552285	44.0000000	0.0098415	39.07
68	(45,3)	0.5551915	45.0000000	0.0098407	39.17
69	(46,3)	0.5551523	46.0000000	0.0098400	39.27
70	(47,3)	0.5551107	47.0000000	0.0098391	39.37
71	(48,3)	0.5550667	48.0000000	0.0098383	39.47
72	(49,3)	0.5550202	49.0000000	0.0098373	39.56

```
Optimale Pläne:

Der Stichprobenplan (n,c) mit kleinsten Stichprobenumfang: (2,1)
Die minimalen Gesamtkosten betragen bei oben genannter Randbedingung (en) :
                    34.87 Euro für Stichprobenplan (n,c): (2,1)
```

Fazit:

Dieses Beispiel mit der Einschränkung des Herstellerrisikos p(Z) § 0,15 % ergibt eine obere Treppe der erlaubten Stichprobenpläne unter allen möglichen. Da die Reklamationsgrenze M = 4 ist, sind nur Pläne bis zur Annahmezahl c = 3 sinnvoll[39].

Das Programm Opti.Sys SzenS errechnete, dass der Stichprobenplan mit dem kleinsten Stichprobenumfang gleich dem Plan mit den minimalsten Kosten ist.

Bei den Vorgaben werden zwar mindestens 99,9 % der Lose angenommen und der Rest zurückgewiesen, doch mit der Reklamationsquote von mindestens 0,5556 würde sich eine Einschränkung dessen, verknüpft mit einem Entgegenkommen der Rückweisequote, bestimmt lohnen.

[39] siehe Kapitel 5.1

5.6 Beispiel Kopierer

Fa. Pünktchen produziert und vertreibt noch eine weitere Bauart von Schwarz/Weiß-Kopierern. Auch hier wird die Qualitätslage der Kopierer elektronisch auf „Schwarz“ (fehlerfrei) und „Weiß“ (fehlerhaft) überprüft. Da bei diesem Kopierer die Auflösung kleiner ist als die im Beispiel 3.4, entscheidet sich das Qualitätsmanagement bei nur 200 x 10 Pixel per Stichprobenprüfung die Qualität sicherzustellen. Auch bei dieser Bauart ist der Produktionsprozess mit 0,0305 % Ausschuss unter statistischer Kontrolle.

Hersteller und Kunde einigen sich auf eine Reklamationsgrenze von vier fehlerhaften Px. pro Kopierer. Die Fa. Pünktchen will max. bei 0,355 % aller Lose eine Reklamation, und wählt als größten Stichprobenumfang 50 Px.

Die Fixkosten für die Stichprobenprüfung betragen 10,-- € pro Kopierer und die Prüfkosten pro Px. 10 Cent. Die Reklamationskosten bzw. die Entsorgungskosten sind mit jeweils 18,-- € bzw. 15,-- € pro Kopierer vertreten.

Unter den gegebenen Bedingungen wurden vom Programm **Opti.Sys SzeneS**[40] folgende erlaubte Pläne ermittelt und ausgegeben.

---

[40] siehe Anhang

Aus dem Beispiel kann man folgende Angaben entnehmen:

Grundgesamtheit:	N =	2000 Stück
Ausschussanteil:	p =	0.0003050
Reklamationsgrenze:	M =	4 Stück
min. Stichprobenumfang:	n >=	1 Stück
max. Stichprobenumfang:	n <=	50 Stück
Randbedingung:	p(R) <=	0.0035500

Kosten:

Herstellungskosten:	K_H =	0.00 Euro
Fixkosten:	K_{fix} =	10.00 Euro
Stückprüfungskosten:	K_p =	0.10 Euro
Reklamationskosten:	K_R =	18.00 Euro
Entsorgungskosten:	K_E =	15.00 Euro

Aus den Vorgaben ergeben sich 81 erlaubte Stichprobenanweisungen: ●

(Mögliche Stichprobenanweisungen: •)

	(n.c)	p(G)	p(B)	p(A)	p(S)
1	(1.0)	0.9964479	0.0035521	0.9996950	0.0003050
2	(2.0)	0.9964479	0.0035521	0.9993901	0.0006099
3	(3.0)	0.9964479	0.0035521	0.9990853	0.0009147
4	(4.0)	0.9964479	0.0035521	0.9987806	0.0012194
5	(5.0)	0.9964479	0.0035521	0.9984759	0.0015241
6	(6.0)	0.9964479	0.0035521	0.9981714	0.0018286
7	(7.0)	0.9964479	0.0035521	0.9978670	0.0021330
8	(8.0)	0.9964479	0.0035521	0.9975626	0.0024374
9	(9.0)	0.9964479	0.0035521	0.9972583	0.0027417
10	(10.0)	0.9964479	0.0035521	0.9969542	0.0030458
11	(11.0)	0.9964479	0.0035521	0.9966501	0.0033499
12	(12.0)	0.9964479	0.0035521	0.9963461	0.0036539
13	(13.0)	0.9964479	0.0035521	0.9960422	0.0039578
14	(14.0)	0.9964479	0.0035521	0.9957385	0.0042615
15	(15.0)	0.9964479	0.0035521	0.9954348	0.0045652
16	(16.0)	0.9964479	0.0035521	0.9951311	0.0048689
17	(17.0)	0.9964479	0.0035521	0.9948276	0.0051724
18	(18.0)	0.9964479	0.0035521	0.9945242	0.0054758
19	(19.0)	0.9964479	0.0035521	0.9942209	0.0057791
20	(20.0)	0.9964479	0.0035521	0.9939176	0.0060824
21	(21.0)	0.9964479	0.0035521	0.9936145	0.0063855
22	(22.0)	0.9964479	0.0035521	0.9933114	0.0066886
23	(23.0)	0.9964479	0.0035521	0.9930085	0.0069915
24	(24.0)	0.9964479	0.0035521	0.9927056	0.0072944
25	(25.0)	0.9964479	0.0035521	0.9924028	0.0075972
26	(26.0)	0.9964479	0.0035521	0.9921002	0.0078998
27	(27.0)	0.9964479	0.0035521	0.9917976	0.0082024
28	(28.0)	0.9964479	0.0035521	0.9914951	0.0085049
29	(29.0)	0.9964479	0.0035521	0.9911927	0.0088073
30	(30.0)	0.9964479	0.0035521	0.9908904	0.0091096
31	(31.0)	0.9964479	0.0035521	0.9905881	0.0094119
32	(32.0)	0.9964479	0.0035521	0.9902860	0.0097140
33	(33.0)	0.9964479	0.0035521	0.9899840	0.0100160
34	(34.0)	0.9964479	0.0035521	0.9896820	0.0103180
35	(35.0)	0.9964479	0.0035521	0.9893802	0.0106198
36	(36.0)	0.9964479	0.0035521	0.9890784	0.0109216
37	(37.0)	0.9964479	0.0035521	0.9887767	0.0112233
38	(38.0)	0.9964479	0.0035521	0.9884752	0.0115248
39	(39.0)	0.9964479	0.0035521	0.9881737	0.0118263
40	(40.0)	0.9964479	0.0035521	0.9878723	0.0121277
41	(41.0)	0.9964479	0.0035521	0.9875710	0.0124290
42	(42.0)	0.9964479	0.0035521	0.9872698	0.0127302
43	(43.0)	0.9964479	0.0035521	0.9869687	0.0130313
44	(44.0)	0.9964479	0.0035521	0.9866676	0.0133324
45	(45.0)	0.9964479	0.0035521	0.9863667	0.0136333
46	(46.0)	0.9964479	0.0035521	0.9860659	0.0139341
47	(47.0)	0.9964479	0.0035521	0.9857651	0.0142349
48	(48.0)	0.9964479	0.0035521	0.9854644	0.0145356
49	(49.0)	0.9964479	0.0035521	0.9851639	0.0148361
50	(50.0)	0.9964479	0.0035521	0.9848634	0.0151366
51	(20.1)	0.9964479	0.0035521	0.9999824	0.0000176
52	(21.1)	0.9964479	0.0035521	0.9999805	0.0000195
53	(22.1)	0.9964479	0.0035521	0.9999786	0.0000214
54	(23.1)	0.9964479	0.0035521	0.9999766	0.0000234
55	(24.1)	0.9964479	0.0035521	0.9999744	0.0000256
56	(25.1)	0.9964479	0.0035521	0.9999722	0.0000278
57	(26.1)	0.9964479	0.0035521	0.9999699	0.0000301
58	(27.1)	0.9964479	0.0035521	0.9999675	0.0000325
59	(28.1)	0.9964479	0.0035521	0.9999650	0.0000350
60	(29.1)	0.9964479	0.0035521	0.9999624	0.0000376
61	(30.1)	0.9964479	0.0035521	0.9999598	0.0000402
62	(31.1)	0.9964479	0.0035521	0.9999570	0.0000430
63	(32.1)	0.9964479	0.0035521	0.9999541	0.0000459
64	(33.1)	0.9964479	0.0035521	0.9999512	0.0000488
65	(34.1)	0.9964479	0.0035521	0.9999482	0.0000518
66	(35.1)	0.9964479	0.0035521	0.9999450	0.0000550
67	(36.1)	0.9964479	0.0035521	0.9999418	0.0000582
68	(37.1)	0.9964479	0.0035521	0.9999385	0.0000615
69	(38.1)	0.9964479	0.0035521	0.9999351	0.0000649
70	(39.1)	0.9964479	0.0035521	0.9999316	0.0000684
71	(40.1)	0.9964479	0.0035521	0.9999280	0.0000720
72	(41.1)	0.9964479	0.0035521	0.9999243	0.0000757
73	(42.1)	0.9964479	0.0035521	0.9999206	0.0000794
74	(43.1)	0.9964479	0.0035521	0.9999167	0.0000833
75	(44.1)	0.9964479	0.0035521	0.9999127	0.0000873
76	(45.1)	0.9964479	0.0035521	0.9999087	0.0000913
77	(46.1)	0.9964479	0.0035521	0.9999046	0.0000954
78	(47.1)	0.9964479	0.0035521	0.9999004	0.0000996
79	(48.1)	0.9964479	0.0035521	0.9998960	0.0001040
80	(49.1)	0.9964479	0.0035521	0.9998916	0.0001084
81	(50.1)	0.9964479	0.0035521	0.9998872	0.0001128

	(n.c)	p(G∧A)	p(G∧B)	p(B∧A)	p(B∧B)
1	(1.0)	0.9961502	0.0002977	0.0035448	0.0000073
2	(2.0)	0.9958526	0.0005952	0.0035375	0.0000147
3	(3.0)	0.9955551	0.0008927	0.0035301	0.0000220
4	(4.0)	0.9952577	0.0011902	0.0035228	0.0000293
5	(5.0)	0.9949604	0.0014875	0.0035155	0.0000366
6	(6.0)	0.9946631	0.0017847	0.0035083	0.0000439
7	(7.0)	0.9943660	0.0020819	0.0035010	0.0000511
8	(8.0)	0.9940689	0.0023790	0.0034937	0.0000584
9	(9.0)	0.9937719	0.0026760	0.0034865	0.0000656
10	(10.0)	0.9934749	0.0029729	0.0034793	0.0000729
11	(11.0)	0.9931781	0.0032698	0.0034720	0.0000801
12	(12.0)	0.9928813	0.0035666	0.0034648	0.0000873
13	(13.0)	0.9925846	0.0038632	0.0034576	0.0000945
14	(14.0)	0.9922880	0.0041599	0.0034504	0.0001017
15	(15.0)	0.9919915	0.0044564	0.0034433	0.0001089
16	(16.0)	0.9916951	0.0047528	0.0034361	0.0001160
17	(17.0)	0.9913987	0.0050492	0.0034289	0.0001232
18	(18.0)	0.9911024	0.0053455	0.0034218	0.0001303
19	(19.0)	0.9908062	0.0056417	0.0034147	0.0001375
20	(20.0)	0.9905101	0.0059378	0.0034075	0.0001446
21	(21.0)	0.9902141	0.0062338	0.0034004	0.0001517
22	(22.0)	0.9899181	0.0065298	0.0033933	0.0001588
23	(23.0)	0.9896222	0.0068256	0.0033862	0.0001659
24	(24.0)	0.9893264	0.0071214	0.0033792	0.0001730
25	(25.0)	0.9890307	0.0074171	0.0033721	0.0001800
26	(26.0)	0.9887351	0.0077128	0.0033651	0.0001871
27	(27.0)	0.9884396	0.0080083	0.0033580	0.0001941
28	(28.0)	0.9881441	0.0083038	0.0033510	0.0002011
29	(29.0)	0.9878487	0.0085992	0.0033440	0.0002082
30	(30.0)	0.9875534	0.0088945	0.0033370	0.0002152
31	(31.0)	0.9872582	0.0091897	0.0033300	0.0002222
32	(32.0)	0.9869630	0.0094849	0.0033230	0.0002291
33	(33.0)	0.9866680	0.0097799	0.0033160	0.0002361
34	(34.0)	0.9863730	0.0100749	0.0033090	0.0002431
35	(35.0)	0.9860781	0.0103698	0.0033021	0.0002500
36	(36.0)	0.9857832	0.0106646	0.0032952	0.0002570
37	(37.0)	0.9854885	0.0109594	0.0032882	0.0002639
38	(38.0)	0.9851938	0.0112540	0.0032813	0.0002708
39	(39.0)	0.9848993	0.0115486	0.0032744	0.0002777
40	(40.0)	0.9846048	0.0118431	0.0032675	0.0002846
41	(41.0)	0.9843104	0.0121375	0.0032606	0.0002915
42	(42.0)	0.9840160	0.0124319	0.0032538	0.0002984
43	(43.0)	0.9837218	0.0127261	0.0032469	0.0003052
44	(44.0)	0.9834276	0.0130203	0.0032400	0.0003121
45	(45.0)	0.9831335	0.0133144	0.0032332	0.0003189
46	(46.0)	0.9828395	0.0136084	0.0032264	0.0003258
47	(47.0)	0.9825455	0.0139023	0.0032196	0.0003326
48	(48.0)	0.9822517	0.0141962	0.0032127	0.0003394
49	(49.0)	0.9819579	0.0144899	0.0032060	0.0003462
50	(50.0)	0.9816642	0.0147836	0.0031992	0.0003530
51	(20.1)	0.9964324	0.0000154	0.0035499	0.0000022
52	(21.1)	0.9964308	0.0000171	0.0035497	0.0000024
53	(22.1)	0.9964291	0.0000188	0.0035495	0.0000026
54	(23.1)	0.9964273	0.0000205	0.0035492	0.0000029
55	(24.1)	0.9964255	0.0000224	0.0035490	0.0000032
56	(25.1)	0.9964235	0.0000243	0.0035487	0.0000034
57	(26.1)	0.9964215	0.0000264	0.0035484	0.0000037
58	(27.1)	0.9964194	0.0000285	0.0035481	0.0000040
59	(28.1)	0.9964172	0.0000307	0.0035478	0.0000043
60	(29.1)	0.9964149	0.0000329	0.0035475	0.0000046
61	(30.1)	0.9964126	0.0000353	0.0035472	0.0000050
62	(31.1)	0.9964102	0.0000377	0.0035468	0.0000053
63	(32.1)	0.9964077	0.0000402	0.0035465	0.0000056
64	(33.1)	0.9964051	0.0000428	0.0035461	0.0000060
65	(34.1)	0.9964024	0.0000455	0.0035458	0.0000064
66	(35.1)	0.9963996	0.0000482	0.0035454	0.0000067
67	(36.1)	0.9963968	0.0000511	0.0035450	0.0000071
68	(37.1)	0.9963939	0.0000540	0.0035446	0.0000075
69	(38.1)	0.9963909	0.0000570	0.0035442	0.0000080
70	(39.1)	0.9963878	0.0000600	0.0035437	0.0000084
71	(40.1)	0.9963847	0.0000632	0.0035433	0.0000088
72	(41.1)	0.9963815	0.0000664	0.0035429	0.0000093
73	(42.1)	0.9963781	0.0000697	0.0035424	0.0000097
74	(43.1)	0.9963748	0.0000731	0.0035419	0.0000102
75	(44.1)	0.9963713	0.0000766	0.0035415	0.0000107
76	(45.1)	0.9963677	0.0000801	0.0035410	0.0000111
77	(46.1)	0.9963641	0.0000838	0.0035405	0.0000116
78	(47.1)	0.9963604	0.0000875	0.0035400	0.0000122
79	(48.1)	0.9963566	0.0000913	0.0035395	0.0000127
80	(49.1)	0.9963527	0.0000952	0.0035389	0.0000132
81	(50.1)	0.9963488	0.0000991	0.0035384	0.0000137

	(n.c)	p(A)	n^	d	Kosten/Euro
1	(1.0)	0.0035448	1.6096950	0.0003050	10.22
2	(2.0)	0.0035375	3.2185941	0.0003050	10.39
3	(3.0)	0.0035302	4.8266977	0.0003050	10.55
4	(4.0)	0.0035229	6.4340062	0.0003049	10.71
5	(5.0)	0.0035157	8.0405197	0.0003049	10.87
6	(6.0)	0.0035084	9.6462388	0.0003049	11.03
7	(7.0)	0.0035012	11.2511640	0.0003049	11.19
8	(8.0)	0.0034939	12.8552950	0.0003049	11.35
9	(9.0)	0.0034867	14.4586320	0.0003049	11.51
10	(10.0)	0.0034795	16.0611760	0.0003049	11.67
11	(11.0)	0.0034723	17.6629280	0.0003049	11.83
12	(12.0)	0.0034651	19.2638870	0.0003048	11.99
13	(13.0)	0.0034580	20.8640540	0.0003048	12.15
14	(14.0)	0.0034508	22.4634280	0.0003048	12.31
15	(15.0)	0.0034436	24.0620120	0.0003048	12.47
16	(16.0)	0.0034365	25.6598040	0.0003048	12.63
17	(17.0)	0.0034294	27.2568050	0.0003048	12.79
18	(18.0)	0.0034222	28.8530160	0.0003048	12.95
19	(19.0)	0.0034151	30.4484370	0.0003048	13.11
20	(20.0)	0.0034080	32.0430680	0.0003047	13.27
21	(21.0)	0.0034009	33.6369090	0.0003047	13.43
22	(22.0)	0.0033939	35.2299610	0.0003047	13.59
23	(23.0)	0.0033868	36.8222250	0.0003047	13.75
24	(24.0)	0.0033798	38.4137000	0.0003047	13.90
25	(25.0)	0.0033727	40.0043860	0.0003047	14.06
26	(26.0)	0.0033657	41.5942850	0.0003047	14.22
27	(27.0)	0.0033587	43.1833960	0.0003047	14.38
28	(28.0)	0.0033517	44.7717200	0.0003046	14.54
29	(29.0)	0.0033447	46.3592580	0.0003046	14.70
30	(30.0)	0.0033377	47.9460080	0.0003046	14.86
31	(31.0)	0.0033307	49.5319730	0.0003046	15.02
32	(32.0)	0.0033237	51.1171510	0.0003046	15.17
33	(33.0)	0.0033168	52.7015450	0.0003046	15.33
34	(34.0)	0.0033099	54.2851530	0.0003046	15.49
35	(35.0)	0.0033029	55.8679760	0.0003046	15.65
36	(36.0)	0.0032960	57.4500140	0.0003045	15.81
37	(37.0)	0.0032891	59.0312690	0.0003045	15.97
38	(38.0)	0.0032822	60.6117390	0.0003045	16.12
39	(39.0)	0.0032753	62.1914260	0.0003045	16.28
40	(40.0)	0.0032684	63.7703300	0.0003045	16.44
41	(41.0)	0.0032616	65.3484510	0.0003045	16.60
42	(42.0)	0.0032547	66.9257890	0.0003045	16.76
43	(43.0)	0.0032479	68.5023450	0.0003045	16.91
44	(44.0)	0.0032411	70.0781190	0.0003044	17.07
45	(45.0)	0.0032342	71.6531120	0.0003044	17.23
46	(46.0)	0.0032274	73.2273230	0.0003044	17.39
47	(47.0)	0.0032206	74.8007540	0.0003044	17.54
48	(48.0)	0.0032138	76.3734040	0.0003044	17.70
49	(49.0)	0.0032071	77.9452730	0.0003044	17.86
50	(50.0)	0.0032003	79.5163630	0.0003044	18.01
51	(20.1)	0.0035500	20.0348680	0.0003050	12.07
52	(21.1)	0.0035497	21.0385110	0.0003050	12.17
53	(22.1)	0.0035495	22.0423320	0.0003050	12.27
54	(23.1)	0.0035492	23.0463310	0.0003050	12.37
55	(24.1)	0.0035490	24.0505070	0.0003050	12.47
56	(25.1)	0.0035487	25.0548600	0.0003050	12.57
57	(26.1)	0.0035484	26.0593890	0.0003050	12.67
58	(27.1)	0.0035481	27.0640950	0.0003050	12.77
59	(28.1)	0.0035478	28.0689760	0.0003050	12.87
60	(29.1)	0.0035475	29.0740330	0.0003050	12.97
61	(30.1)	0.0035472	30.0792650	0.0003050	13.07
62	(31.1)	0.0035469	31.0846710	0.0003050	13.17
63	(32.1)	0.0035465	32.0902520	0.0003050	13.27
64	(33.1)	0.0035462	33.0960060	0.0003050	13.37
65	(34.1)	0.0035458	34.1019340	0.0003050	13.47
66	(35.1)	0.0035454	35.1080340	0.0003050	13.57
67	(36.1)	0.0035450	36.1143080	0.0003050	13.68
68	(37.1)	0.0035446	37.1207540	0.0003050	13.78
69	(38.1)	0.0035442	38.1273710	0.0003050	13.88
70	(39.1)	0.0035438	39.1341610	0.0003050	13.98
71	(40.1)	0.0035433	40.1411210	0.0003050	14.08
72	(41.1)	0.0035429	41.1482520	0.0003050	14.18
73	(42.1)	0.0035424	42.1555530	0.0003050	14.28
74	(43.1)	0.0035420	43.1630250	0.0003050	14.38
75	(44.1)	0.0035415	44.1706660	0.0003050	14.48
76	(45.1)	0.0035410	45.1784760	0.0003050	14.58
77	(46.1)	0.0035405	46.1864550	0.0003050	14.68
78	(47.1)	0.0035400	47.1946030	0.0003050	14.78
79	(48.1)	0.0035395	48.2029180	0.0003050	14.88
80	(49.1)	0.0035390	49.2114020	0.0003050	14.99
81	(50.1)	0.0035384	50.2200520	0.0003050	15.09

```
Optimale Pläne:

Der Stichprobenplan (n,c) mit kleinsten Stichprobenumfang: (1,0)
Die minimalen Gesamtkosten betragen bei oben genannter Randbedingung(en):
                    10.22 Euro für Stichprobenplan (n,c): (1,0)
```

Fazit:

Dieses Beispiel mit der Randbedingung zum Käuferrisiko p(R) § 0,355 % ergibt eine untere Treppe der erlaubten Pläne unter den möglichen. Auch hier sind durch die Reklamationsgrenze M = 4 nur Pläne bis zur Annahmezahl c = 3 sinnvoll.[41]

Wie auch im Beispiel zuvor gibt das Programm Opti.Sys SzenS aus, dass der Stichprobenplan mit dem kleinsten Stichprobenumfang gleich dem ist, der die geringsten Kosten verursacht.

Es fällt auf, dass alle erlaubten Pläne sehr gute Ergebnisse liefern und die Rückweisquote sich auf 0,00176 % § p(Z) § 1,514 % beschränkt.

[41] siehe Kapitel 5.1

5.7 Beispiel Lüsterklemme

Die Fa. Schock AG hat parallel zur Lüsterklemme für 6 Ampere[42] bei der Lüsterklemme für 8 Ampere eine im Mittel konstante Ausschussquote von 2,5 % festgestellt und vertreibt diese in Losgrößen von 600 Stück.

Der Kunde kann max. 4 % defekte Stücke in einem Los hinnehmen und lässt sich dies in einem Qualitätssicherungsvertrag als Reklamationsgrenze festhalten. Der Hersteller will höchstens bei 1 % aller ausgelieferten Lose eine Reklamation in Kauf nehmen und die Rückweisquote soll dabei 6,5 % nicht übersteigen. Außerdem kann die Fa. Schock AG aus produktionstechnischen Gründen nur jedes zwölfte Stück prüfen.

Die Herstellkosten für ein Los mit 600 Lüsterklemmen betragen 100,-- € und die Fixkosten werden mit 50,-- € auf das Los umgelegt. Die Stückprüfungskosten liegen bei 5 Cent und die Reklamationskosten schlagen mit 80,-- € zu Buche.

Unter den gegebenen Bedingungen wurden vom Programm **Opti.Sys SzenS**[43] folgende erlaubte Pläne ermittelt und ausgegeben.

[42] siehe Beispiel 3.5
[43] siehe Anhang

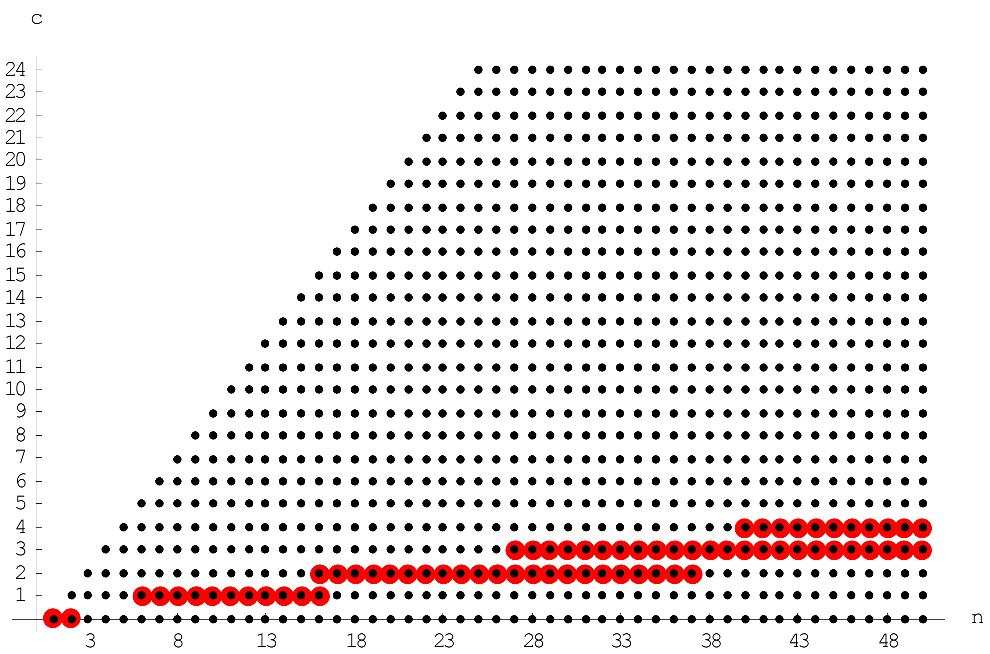
Grundgesamtheit:	$N =$	600 Stück
Ausschussanteil:	$p =$	0.0250000
Reklamationsgrenze:	$M =$	25 Stück
min. Stichprobenumfang:	$n >=$	1 Stück
max. Stichprobenumfang:	$n <=$	50 Stück
Randbedingungen:	$p(R) <=$	0.0100000
	$p(Z) <=$	0.0650000

Kosten:

Herstellungskosten:	$K_H =$	100.00 Euro
Fixkosten:	$K_{fix} =$	50.00 Euro
Stückprüfungskosten:	$K_p =$	0.05 Euro
Reklamationskosten:	$K_R =$	80.00 Euro
Entsorgungskosten:	$K_E =$	0.00 Euro

Aus den Vorgaben ergeben sich 70 erlaubte Stichprobenanweisungen: ●

(Mögliche Stichprobenanweisungen: •)



	(n,c)	p(G)	p(S)	p(A)	p(S)
1	(1,0)	0.989764	0.010236	0.975000	0.025000
2	(2,0)	0.989764	0.010236	0.950625	0.049375
3	(6,1)	0.989764	0.010236	0.991233	0.008767
4	(7,1)	0.989764	0.010236	0.987928	0.012072
5	(8,1)	0.989764	0.010236	0.984170	0.015830
6	(9,1)	0.989764	0.010236	0.979982	0.020018
7	(10,1)	0.989764	0.010236	0.975388	0.024612
8	(11,1)	0.989764	0.010236	0.970412	0.029588
9	(12,1)	0.989764	0.010236	0.965075	0.034925
10	(13,1)	0.989764	0.010236	0.959398	0.040602
11	(14,1)	0.989764	0.010236	0.953402	0.046598
12	(15,1)	0.989764	0.010236	0.947106	0.052894
13	(16,1)	0.989764	0.010236	0.940528	0.059472
14	(16,2)	0.989764	0.010236	0.993145	0.006855
15	(17,2)	0.989764	0.010236	0.991830	0.008170
16	(18,2)	0.989764	0.010236	0.990376	0.009624
17	(19,2)	0.989764	0.010236	0.988782	0.011218
18	(20,2)	0.989764	0.010236	0.987045	0.012955
19	(21,2)	0.989764	0.010236	0.985163	0.014837
20	(22,2)	0.989764	0.010236	0.983134	0.016866
21	(23,2)	0.989764	0.010236	0.980959	0.019041
22	(24,2)	0.989764	0.010236	0.978636	0.021364
23	(25,2)	0.989764	0.010236	0.976165	0.023835
24	(26,2)	0.989764	0.010236	0.973547	0.026453
25	(27,2)	0.989764	0.010236	0.970781	0.029219
26	(28,2)	0.989764	0.010236	0.967869	0.032131
27	(29,2)	0.989764	0.010236	0.964811	0.035189
28	(30,2)	0.989764	0.010236	0.961608	0.038392
29	(31,2)	0.989764	0.010236	0.958263	0.041737
30	(32,2)	0.989764	0.010236	0.954776	0.045224
31	(33,2)	0.989764	0.010236	0.951150	0.048850
32	(34,2)	0.989764	0.010236	0.947387	0.052613
33	(35,2)	0.989764	0.010236	0.943488	0.056512
34	(36,2)	0.989764	0.010236	0.939456	0.060544
35	(37,2)	0.989764	0.010236	0.935294	0.064706
36	(27,3)	0.989764	0.010236	0.995672	0.004327
37	(28,3)	0.989764	0.010236	0.995050	0.004949
38	(29,3)	0.989764	0.010236	0.994371	0.005629
39	(30,3)	0.989764	0.010236	0.993632	0.006368
40	(31,3)	0.989764	0.010236	0.992831	0.007168
41	(32,3)	0.989764	0.010236	0.991967	0.008032
42	(33,3)	0.989764	0.010236	0.991037	0.008962
43	(34,3)	0.989764	0.010236	0.990040	0.009959
44	(35,3)	0.989764	0.010236	0.988973	0.011026
45	(36,3)	0.989764	0.010236	0.987836	0.012163
46	(37,3)	0.989764	0.010236	0.986627	0.013372
47	(38,3)	0.989764	0.010236	0.985343	0.014656
48	(39,3)	0.989764	0.010236	0.983985	0.016014
49	(40,3)	0.989764	0.010236	0.982550	0.017449
50	(41,3)	0.989764	0.010236	0.981038	0.018962
51	(42,3)	0.989764	0.010236	0.979447	0.020553
52	(43,3)	0.989764	0.010236	0.977776	0.022223
53	(44,3)	0.989764	0.010236	0.976025	0.023974
54	(45,3)	0.989764	0.010236	0.974193	0.025806
55	(46,3)	0.989764	0.010236	0.972279	0.027720
56	(47,3)	0.989764	0.010236	0.970282	0.029717
57	(48,3)	0.989764	0.010236	0.968203	0.031796
58	(49,3)	0.989764	0.010236	0.966041	0.033958
59	(50,3)	0.989764	0.010236	0.963795	0.036204
60	(40,4)	0.989764	0.010236	0.996899	0.003100
61	(41,4)	0.989764	0.010236	0.996540	0.003459
62	(42,4)	0.989764	0.010236	0.996153	0.003846
63	(43,4)	0.989764	0.010236	0.995735	0.004264
64	(44,4)	0.989764	0.010236	0.995286	0.004713
65	(45,4)	0.989764	0.010236	0.994805	0.005194
66	(46,4)	0.989764	0.010236	0.994289	0.005710
67	(47,4)	0.989764	0.010236	0.993739	0.006260
68	(48,4)	0.989764	0.010236	0.993153	0.006846
69	(49,4)	0.989764	0.010236	0.992529	0.007470
70	(50,4)	0.989764	0.010236	0.991867	0.008132

	(n,c)	p(G^A)	p(G^B)	p(S^A)	p(S^B)
1	(1,0)	0.9652022	0.0245543	0.0097978	0.0004457
2	(2,0)	0.9412541	0.0485023	0.0093709	0.0008727
3	(6,1)	0.9812411	0.0085153	0.0099916	0.0002520
4	(7,1)	0.9780283	0.0117281	0.0099002	0.0003433
5	(8,1)	0.9743721	0.0153843	0.0097980	0.0004456
6	(9,1)	0.9702962	0.0194603	0.0096860	0.0005576
7	(10,1)	0.9658234	0.0239331	0.0095651	0.0006784
8	(11,1)	0.9609757	0.0287808	0.0094363	0.0008072
9	(12,1)	0.9557742	0.0339822	0.0093005	0.0009430
10	(13,1)	0.9502394	0.0395171	0.0091585	0.0010851
11	(14,1)	0.9443907	0.0453657	0.0090109	0.0012326
12	(15,1)	0.9382470	0.0515095	0.0088586	0.0013850
13	(16,1)	0.9318263	0.0579301	0.0087021	0.0015414
14	(16,2)	0.9831917	0.0065648	0.0099538	0.0002898
15	(17,2)	0.9819281	0.0078283	0.0099019	0.0003417
16	(18,2)	0.9805311	0.0092254	0.0098454	0.0003982
17	(19,2)	0.9789977	0.0107588	0.0097844	0.0004592
18	(20,2)	0.9773257	0.0124307	0.0097190	0.0005246
19	(21,2)	0.9755133	0.0142431	0.0096492	0.0005943
20	(22,2)	0.9735591	0.0161974	0.0095752	0.0006684
21	(23,2)	0.9714619	0.0182946	0.0094971	0.0007465
22	(24,2)	0.9692211	0.0205354	0.0094149	0.0008286
23	(25,2)	0.9668363	0.0229202	0.0093290	0.0009146
24	(26,2)	0.9643075	0.0254490	0.0092393	0.0010042
25	(27,2)	0.9616349	0.0281215	0.0091461	0.0010974
26	(28,2)	0.9588191	0.0309373	0.0090496	0.0011940
27	(29,2)	0.9558609	0.0338955	0.0089498	0.0012938
28	(30,2)	0.9527614	0.0369951	0.0088470	0.0013966
29	(31,2)	0.9495217	0.0402348	0.0087414	0.0015022
30	(32,2)	0.9461433	0.0436131	0.0086331	0.0016105
31	(33,2)	0.9426280	0.0471284	0.0085223	0.0017213
32	(34,2)	0.9389776	0.0507788	0.0084091	0.0018344
33	(35,2)	0.9351941	0.0545624	0.0082939	0.0019497
34	(36,2)	0.9312796	0.0584769	0.0081767	0.0020669
35	(37,2)	0.9272364	0.0625200	0.0080577	0.0021859
36	(27,3)	0.9856880	0.0040685	0.0099849	0.0002587
37	(28,3)	0.9850997	0.0046567	0.0099508	0.0002927
38	(29,3)	0.9844568	0.0052996	0.0099142	0.0003294
39	(30,3)	0.9837571	0.0059993	0.0098749	0.0003687
40	(31,3)	0.9829985	0.0067580	0.0098329	0.0004106
41	(32,3)	0.9821789	0.0075776	0.0097883	0.0004552
42	(33,3)	0.9812964	0.0084601	0.0097411	0.0005025
43	(34,3)	0.9803491	0.0094073	0.0096911	0.0005524
44	(35,3)	0.9793354	0.0104210	0.0096385	0.0006051
45	(36,3)	0.9782536	0.0115029	0.0095832	0.0006604
46	(37,3)	0.9771020	0.0126545	0.0095253	0.0007183
47	(38,3)	0.9758792	0.0138773	0.0094647	0.0007788
48	(39,3)	0.9745838	0.0151726	0.0094016	0.0008419
49	(40,3)	0.9732145	0.0165419	0.0093360	0.0009076
50	(41,3)	0.9717702	0.0179862	0.0092678	0.0009757
51	(42,3)	0.9702497	0.0195067	0.0091972	0.0010463
52	(43,3)	0.9686521	0.0211044	0.0091242	0.0011193
53	(44,3)	0.9669764	0.0227801	0.0090489	0.0011946
54	(45,3)	0.9652218	0.0245347	0.0089713	0.0012722
55	(46,3)	0.9633876	0.0263689	0.0088915	0.0013520
56	(47,3)	0.9614732	0.0282832	0.0088096	0.0014339
57	(48,3)	0.9594781	0.0302784	0.0087256	0.0015179
58	(49,3)	0.9574017	0.0323547	0.0086397	0.0016039
59	(50,3)	0.9552439	0.0345126	0.0085518	0.0016918
60	(40,4)	0.9869071	0.0028493	0.0099925	0.0002511
61	(41,4)	0.9865746	0.0031819	0.0099663	0.0002772
62	(42,4)	0.9862149	0.0035416	0.0099385	0.0003051
63	(43,4)	0.9858268	0.0039296	0.0099088	0.0003347
64	(44,4)	0.9854093	0.0043472	0.0098774	0.0003661
65	(45,4)	0.9849609	0.0047955	0.0098442	0.0003993
66	(46,4)	0.9844807	0.0052758	0.0098092	0.0004344
67	(47,4)	0.9839673	0.0057891	0.0097722	0.0004713
68	(48,4)	0.9834197	0.0063367	0.0097335	0.0005101
69	(49,4)	0.9828366	0.0069198	0.0096928	0.0005508
70	(50,4)	0.9822170	0.0075394	0.0096502	0.0005933

	(n,c)	p(R)	n^	d	Kosten/Euro
1	(1,0)	0.0098022	15.9750000	0.0249917	151.58
2	(2,0)	0.0093790	31.5262500	0.0249837	152.33
3	(6,1)	0.0099941	11.2078030	0.0249953	151.36
4	(7,1)	0.0099036	14.1583720	0.0249936	151.50
5	(8,1)	0.0098024	17.3712880	0.0249916	151.65
6	(9,1)	0.0096914	20.8305410	0.0249895	151.82
7	(10,1)	0.0095716	24.5207860	0.0249873	151.99
8	(11,1)	0.0094440	28.4273170	0.0249849	152.18
9	(12,1)	0.0093093	32.5360410	0.0249823	152.37
10	(13,1)	0.0091684	36.8334620	0.0249796	152.57
11	(14,1)	0.0090220	41.3066550	0.0249769	152.79
12	(15,1)	0.0088709	45.9432450	0.0249740	153.01
13	(16,1)	0.0087156	50.7313890	0.0249711	153.23
14	(16,2)	0.0099566	20.0030760	0.0249945	151.80
15	(17,2)	0.0099052	21.7631130	0.0249935	151.88
16	(18,2)	0.0098493	23.6009060	0.0249925	151.97
17	(19,2)	0.0097889	25.5176030	0.0249913	152.06
18	(20,2)	0.0097241	27.5140650	0.0249901	152.15
19	(21,2)	0.0096549	29.5908810	0.0249888	152.25
20	(22,2)	0.0095816	31.7483870	0.0249874	152.35
21	(23,2)	0.0095042	33.9866840	0.0249859	152.46
22	(24,2)	0.0094227	36.3056550	0.0249844	152.57
23	(25,2)	0.0093375	38.7049790	0.0249828	152.68
24	(26,2)	0.0092486	41.1841450	0.0249811	152.80
25	(27,2)	0.0091562	43.7424710	0.0249793	152.92
26	(28,2)	0.0090604	46.3791120	0.0249775	153.04
27	(29,2)	0.0089614	49.0930760	0.0249756	153.17
28	(30,2)	0.0088594	51.8832340	0.0249737	153.30
29	(31,2)	0.0087545	54.7483340	0.0249717	153.44
30	(32,2)	0.0086470	57.6870070	0.0249697	153.57
31	(33,2)	0.0085369	60.6977840	0.0249676	153.72
32	(34,2)	0.0084246	63.7791000	0.0249655	153.86
33	(35,2)	0.0083101	66.9293070	0.0249633	154.01
34	(36,2)	0.0081936	70.1466800	0.0249611	154.16
35	(37,2)	0.0080753	73.4294250	0.0249589	154.32
36	(27,3)	0.0099875	29.4794580	0.0249951	152.27
37	(28,3)	0.0099537	30.8310830	0.0249944	152.34
38	(29,3)	0.0099174	32.2141550	0.0249937	152.40
39	(30,3)	0.0098785	33.6297600	0.0249930	152.47
40	(31,3)	0.0098370	35.0789280	0.0249922	152.54
41	(32,3)	0.0097928	36.5626310	0.0249914	152.61
42	(33,3)	0.0097460	38.0817780	0.0249905	152.68
43	(34,3)	0.0096965	39.6372180	0.0249895	152.76
44	(35,3)	0.0096443	41.2297390	0.0249885	152.83
45	(36,3)	0.0095895	42.8600650	0.0249875	152.91
46	(37,3)	0.0095321	44.5288580	0.0249864	152.99
47	(38,3)	0.0094721	46.2367160	0.0249852	153.07
48	(39,3)	0.0094095	47.9841750	0.0249840	153.15
49	(40,3)	0.0093445	49.7717110	0.0249828	153.24
50	(41,3)	0.0092769	51.5997340	0.0249815	153.32
51	(42,3)	0.0092069	53.4685960	0.0249802	153.41
52	(43,3)	0.0091345	55.3785870	0.0249788	153.50
53	(44,3)	0.0090597	57.3299400	0.0249774	153.59
54	(45,3)	0.0089828	59.3228260	0.0249759	153.68
55	(46,3)	0.0089036	61.3573610	0.0249744	153.78
56	(47,3)	0.0088223	63.4336050	0.0249729	153.88
57	(48,3)	0.0087389	65.5515640	0.0249713	153.98
58	(49,3)	0.0086535	67.7111880	0.0249697	154.08
59	(50,3)	0.0085663	69.9123770	0.0249680	154.18
60	(40,4)	0.0099950	41.7362110	0.0249952	152.89
61	(41,4)	0.0099691	42.9336390	0.0249947	152.94
62	(42,4)	0.0099415	44.1464450	0.0249942	153.00
63	(43,4)	0.0099122	45.3752340	0.0249936	153.06
64	(44,4)	0.0098810	46.6206050	0.0249930	153.12
65	(45,4)	0.0098481	47.8831430	0.0249924	153.18
66	(46,4)	0.0098134	49.1634250	0.0249917	153.24
67	(47,4)	0.0097769	50.4620130	0.0249910	153.30
68	(48,4)	0.0097384	51.7794560	0.0249903	153.37
69	(49,4)	0.0096981	53.1162880	0.0249895	153.43
70	(50,4)	0.0096560	54.4730280	0.0249887	153.50

```
Optimale Pläne:

Der Stichprobenplan (n,c) mit kleinsten Stichprobenumfang: (1,0)
Die minimalen Gesamtkosten betragen bei oben genannter Randbedingung(en):
                    151.36 Euro für Stichprobenplan (n,c): (6,1)
```

Fazit:

Dieses Beispiel beinhaltet nun eine Einschränkung des Herstellerrisikos p(Z) § 6,5 %, als auch eine des Käuferrisikos p(R) § 1 % und ergibt in der Darstellung der erlaubten Pläne die Schnittpunkte beider Treppen.

Durch die Reklamationsgrenze von M = 25 Stück sind hier Pläne mit bis zur Annahmezahl c = 24 sinnvoll.[44]

Als den Stichprobenplan mit dem kleinsten Umfang ermittelt das Opti.Sys SzenS (1,0), der vom Stichprobenplan mit den geringsten Gesamtkosten (6,1) diesmal abweicht.

Man sollte hier den Plan mit den geringsten Kosten auswählen, da im mittleren Prüfaufwand mehr als vier Stückprüfungen eingespart werden können. Auch das Risiko zur Fehlentscheidung ist bei dem Stichprobenplan (6,1) mit 1,85 % gegenüber 3,44 % aus dem Plan (1,0) sehr viel geringer.

[44] siehe Kapitel 5.1

6. Umsetzung des statistischen Informationssystems und der Optimierung diskreter Stichproben in Mathematica 3.0“

6.1 Mathematica“

Entwickelt wurde Mathematica von der Fa. Wolfram Research, gegründet und geleitet von Professor der Physik, Mathematik und Informatik **Stephen Wolfram**.

Mathematica zählt zu den am weitesten entwickelten Computeralgebrasystemen (CAS) und wird von einem breit gestreuten Anwenderkreis in Wissenschaft, Lehre, Forschung und Industrie genutzt. Es können durch dieses System in der Praxis u.a. einfache bis sehr komplexe mathematische Problemstellungen bearbeitet und diese durch eine große Auswahl an Grafikanweisungen visuell dargestellt werden[45].

1988 erschien Mathematica in der Version 1.0 und seit 1997 liegt es in der Version 3.0 vor, in der auch die Programme **Info.Sys SzenS** und **Opti.Sys SzenS** für diese Diplomarbeit entwickelt wurden.

Beide Programme hätten auch zu einem verknüpft werden können, was im Bedarfsfall und im Nachhinein keine größeren Schwierigkeiten machen dürfte. Doch hier wurde bewusst darauf verzichtet, um die Kapitelführung des theoretischen Teils im praktischen Teil fortzusetzen.

[45] Wolfram, S.: „Das Mathematica ” Buch: Mathematica Version 3“, Bonn 1997, S. xi

Die Berechnungen zu den Beispielen 3.3 bis 3.5 bzw. 5.5 bis 5.8 sind im Verhältnis 1:1 zu der Ausgabe von Info.Sys SzenS bzw. Opti.Sys SzenS. Dabei wurde die Ausgabe im „Metafile"-Format und in der in Mathematica üblichen Schriftart „Courier" übertragen. Auf diese Weise konnten die Dateien möglichst klein gehalten werden und die Druckqualität ist ganz passabel.

Im weiteren Verlauf werden beide Programme angemessen dokumentiert, wobei nicht auf alle Details eingegangen wird. Der Quellcode beider Programme befindet sich im Anhang und ist bereits ausführlich und strukturiert durch Kommentarzeilen selbstbeschreibend. Dabei sind im Quellcode die Felder zur Eingabe mit einem „□" als Platzhalter gekennzeichnet. Dieses Symbol muss vor Inbetriebnahme der Programme durch positive und reelle Zahlen ersetzt werden.

6.2 Programmdokumentation Info.Sys SzenS

Info.Sys SzenS berechnet, gemäß dem Kapitel 3, alle Konsequenzen, die sich aus einem Stichprobenplan ergeben und informiert darüber den Anwender in einer strukturierten und übersichtlichen Ausgabe.

Zuerst wurde die Paketdatei „Statistics`Master`" geladen, die Funktionen für statistische Berechnungen zur Verfügung stellt:

```
...
Needs["Statistics`Master`"]
...
```

Mit „Off[...]" wurden Fehlermeldungen abgeschaltet, die in der Voreinstellung „aktive" sind und erscheinen, wenn sich z.B. Funktionsnamen oder Parameter ähneln:

```
...
Off[General::spell]...
...
```

Nach dem Eingabebereich für den Stichprobenplan und der Kosten folgen die einzige Programmabfrage sowie Abfragen zur Abweisung sinnloser Eingaben:

```
...
mitAbruch = 0;      (*Vollkontrolle soll abgebrochen werden:  mitAbruch=1
                          "-"     nicht abgebrochen werden:  mitAbruch=0*)
...
```

Vor den Berechnungen wurden diverse Abfragen zur Abweisung sinnloser Eingaben programmiert:

```
...
If[n == 0,
 Print[StyleForm["☹ Falsche Eingabe mit Stichprobenumfang n = 0",
   FontSize -> 18, FontColor -> RGBColor[1, 0, 0]]];
 Print[StyleForm["Bitte Eingabe korrigieren!",
   FontWeight -> "Bold", FontSize -> 15]];
    Abort[]
  ];
...
```

<u>Bemerkung:</u>
Stichprobenplan (0,0) steht für Annahme eines Loses **ohne Prüfung** und zählt nicht zum Inhalt dieser Diplomarbeit. Außerdem führte diese Eingabe bei Funktionen aus o.g. Statistikpaket zu Abbruch der Berechnungen, wobei auf Problemlösung nicht weiter eingegangen wurde.

„bidi1“ berechnet die Binomialverteilung für die Ausschussquote p und Stichprobenumfang n:

```
...
bidi1 = BinomialDistribution[n, p];
...
```

„fbidi4[j_]“ wurde für die Berechnung der abbrechenden Vollkontrolle benötigt, wobei für den Parameter j verschiedene Werte übergeben werden mussten. Durch die Definition dieser Funktion konnte sie innerhalb einer Berechnung beliebig oft aufgerufen werden:

```
...
fbidi4[j_] := (bidi4 = BinomialDistribution[j - 1, p];
              Return[bidi4]
              );
...
```

„PDF[...]“ (Probability Density Function) berechnet die Einzelwahrscheinlichkeit für genau i fehlerhafte Stücke in der Stichprobe:

```
...
PDF[bidi1, i]
...
```

„CDF[...]“ (Cumulative Density Function) berechnet die Summenwahrscheinlichkeit bis zu M-1 defekte Stücke in der Stichprobe:

```
...
CDF[bidi1, M-1]
...
```

Im Anschluss wurden alle im Kapitel 3 aufgeführten Kennzahlen für einen Stichprobenplan errechnet. Die Bezeichnungen im Programm und in der theoretischen Abhandlung weichen ein wenig voneinander ab, da in Variablen keine Striche oder ähnliches verwendet werden dürfen:

...

p(A) = **pA**

p(G...A) = **pGundA**

p(G/Z) = **pGunterZ**

...

n^* = **nStern**

...

Die Vierfeldertafel wird über zwei Listen zusammengestellt und durch Optionen für die Ausgabe entsprechend aufbereitet:

```
...
kopf = {"p(A) =", "p(Z) =", "p(G) =", "p(S) =", "100%", "∑", "Tafel:"};
inhalt = {StringForm["``%", PaddedForm[pA*100, {9, 6}]],
...
```

Durch folgende Funktion und Definition werden einzelne Listenwerte der Tafel in einer Grafik zusammengefasst:

```
...
überschr[u_] :=
Graphics[
   Text[u, {0, 0}],
   TextStyle→ {FontWeight→ "Bold", FontSize→ 12,
    FontColor→ RGBColor[1, 0, 0]},
   DisplayFunction→ Identity
 ];
...
ü1 = überschr[kopf[[1]]];
ü2 = überschr[kopf[[2]]];
...
```

Letztendlich wird der Output von Info.Sys SzenS durch „ausgInfo[...]“ im Ausgabebereich gesteuert. Zuerst werden durch „fausgKopf[...]“ die Ausgangsdaten ausgegeben, danach die Vierfeldertafel, usw.:

```
...
fVierfeld[] := (Show[
            GraphicsArray[
           {{ü7, ü1, ü2, ü6}, {ü3, w5, w6, w3},
            {ü4, w7, w8, w4}, {ü6, w1, w2, ü5}}
                       ],
            Frame→ True,
            GridLines→ {{1, 2, 3} , {0.61, 1.24, 1.87}},
            DisplayFunction→ $DisplayFunction
                ]
             );
...
ausgInfo =  fausgKopf[];
            fVierfeld[];
            Print[""];
            fbedWahrsch[]; ...
...
```

6.3 Programmdokumentation Opti.Sys SzenS

Das zweite Programm **Opti.Sys SzenS** ist prozedural programmiert und umfangreicher als das erste. Es ermittelt die erlaubten Pläne, indem es sich auf die Treppenränder der oberen bzw. unteren Treppe sowie die Schnittmenge der Treppenränder beschränkt und gibt die optimalen Pläne bezüglich der in Kapitel 5.4 aufgeführten Kriterien in übersichtlicher Form aus.

Im weiteren Verlauf wird nur auf Abschnitte des aktuellen Programms eingegangen, die sich von Info.Sys SzenS unterscheiden.

Bemerkung:
Der mittlere Prüfumfang bei abbrechender Vollkontrolle n` und der Reklamationsanteil r sowie die Kosten für ausgelieferte Lose wurden in Opti.Sys SzenS nicht berücksichtigt.

Nach der Eingabe der allgemeinen Daten, wie Losgröße, Ausschussquote und Kosten, wird zur Eingabe der optimierungsspezifischen Daten übergegangen. Hier stehen die einzelnen Kriterien dafür, ob eine obere bzw. untere oder beide Treppen der erlaubten Pläne gesucht werden sollen:

```
...
nurKRKrit = 1;        (*Käuferrisiken*)
nurHRKrit = 0;        (*Herstellerrisiken*)
beideKrit = 0;        (*beide Gruppen*)
...
```

Es darf hier nur eines der Kriterien exklusiv auf 1 gestellt werden. Wird darauf nicht geachtet, kommt es durch folgende Abfrage im Hauptteil zu einem Abbruch des Programms:

```
...
If[
 (nurHRKrit + nurKRKrit + beideKrit) > 1 ||
 (nurHRKrit + nurKRKrit + beideKrit) == 0,
 Print[StyleForm["Zuviele oder kein Risikokriterium eingestellt!",
   FontSize -> 18, FontColor -> RGBColor[1, 0, 0]]];
 Print[StyleForm["Bitte Eingabe korrigieren!",
   FontWeight -> "Bold", FontSize -> 15]];
 Abort[]
 ];
...
```

Im **Hauptteil** von Opti.Sys SzenS werden zuerst alle Variablen und Listen auf 0, leer, usw. gesetzt und sollten durch den Anwender nicht verändert werden:

```
...
      ausgUntereT = {};
      PlanKopf1 = {"(n,c)", "p(G)   ", "p(S)   ", "p(A)   ", "p(Z)   "};
Schalter = 0;
...
```

An die Binomialverteilung wird das jeweilige n einer Stichprobenanweisung übergeben. Dadurch wird diese Funktion allgemein gehalten und kann aus verschiedenen anderen Funktionen, wie z.B. zur Berechnung der Kennzahl p(G) oder der Kosten, aufgerufen werden:

```
...
      fbidi2[] := BinomialDistribution[Los, p];          ...
      fpG[] := (pG = CDF[fbidi2[], M - 1];
                Return[pG]
               );                                  ...
fKosten[] := (Kosten = K_H + K_fix + nStern * K_p + pSundA * K_R + pSundZ * K_E;
              Return[Kosten]
             );
...
```

Alle **möglichen Stichprobenpläne (n,c)** werden in der Form von Koordinaten durch eine „Do“-Schleife in der Liste „ausgMogAnw“ abgespeichert:

```
...
Do[
   Do[If[c < n, ausgMogAnw = Append[ausgMogAnw, {n, c}]
        ],
      {n, nanf, nend}
     ],
  {c, canf, cend}
  ];
...
```

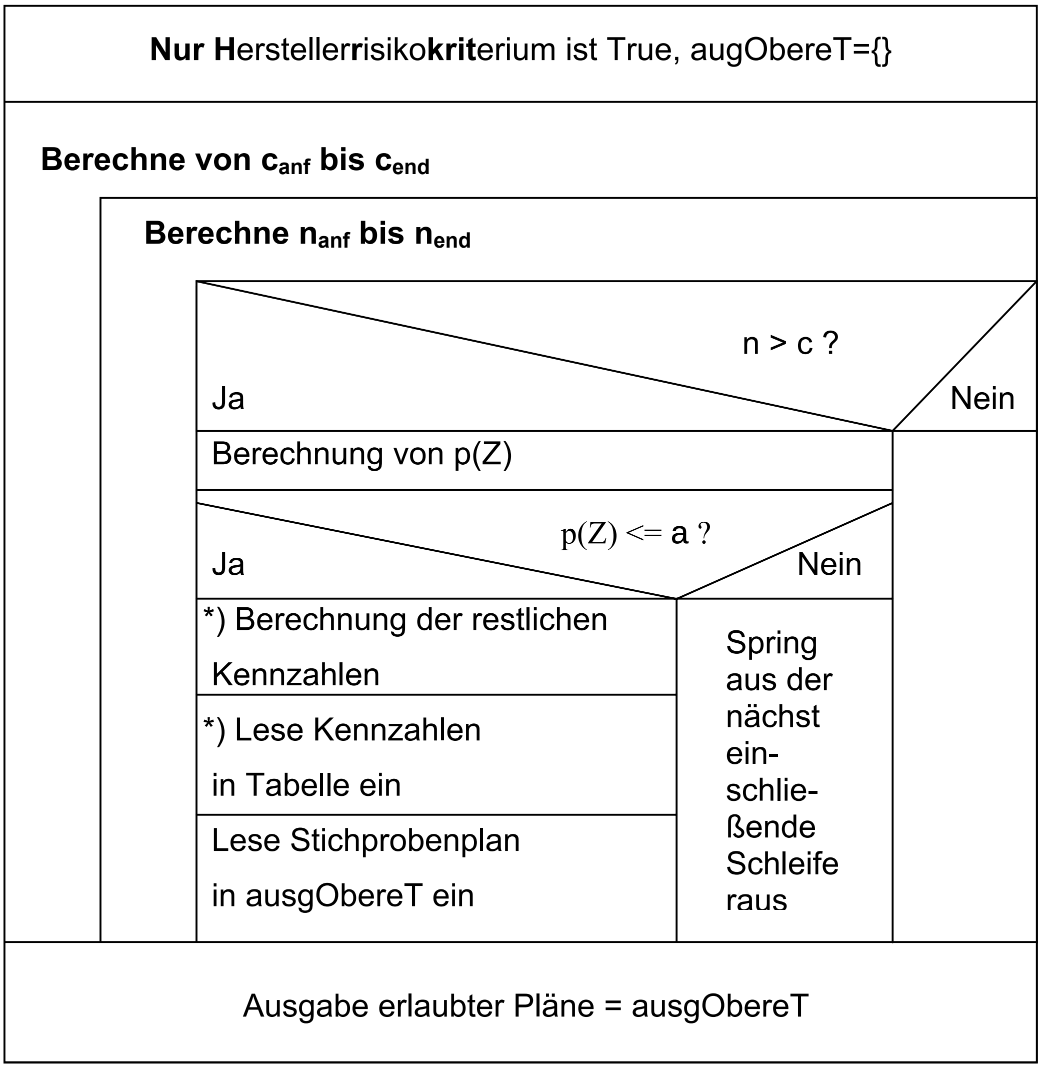
Auf den folgenden Seiten werden die Hauptfunktionen von Opti.Sys SzeneS zur Ermittlung erlaubter Pläne kurz vorgestellt und in ihrer Funktionsweise jeweils mit einem **Struktogramm nach Nassi und Shneiderman (DIN 66261)** erklärt[46]. Die Reihenfolge der Befehle im Struktogramm entspricht der im Quellcode. Außerdem sind darin alle Variablen und Funktionen im Wortlaut stichpunktartig erklärt, wodurch auf eine separate Dokumentation verzichtet wurde.

[46] Heinrich/Janetzko: „Mathematica: Vom Problem zum Programm“, Braunschweig/Wiesbaden 1998

<u>Programmteil „Obere Treppe“:</u>

Ist „nurHRKrit“ in der Eingabe auf 1 gestellt, sollen erlaubte Pläne, die nur der Randbedingung zu p(Z) genügen und eine obere Treppe ergeben, errechnet werden:

```
...
If[nurHRKrit == 1,
 Do[
  Do[If[n > c, beschpZ[];
        If[pZ ≤ alphagrenze, restKennZ[];
           fPlanerst[];
           ausgObereT = Append[ausgObereT, {n, c}],
           Break[]
          ]
        ],
        {n, nanf, nend}
      ],
     {c, canf, cend}
    ];
 ausgErlAnw = ausgObereT
 ];
...
```

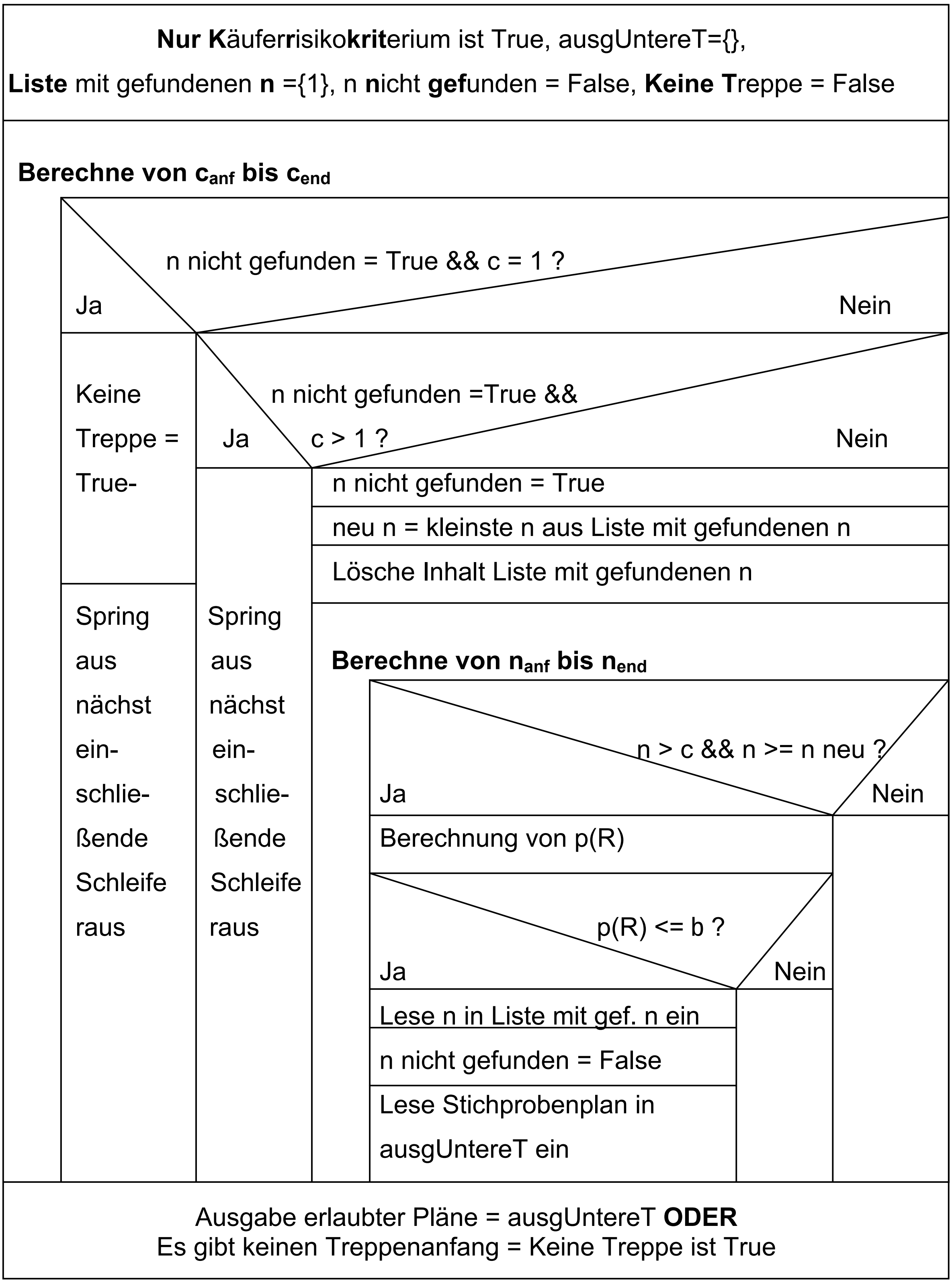


Die mit *) gekennzeichneten Anweisungen wurden aus Platzmangel und Übersichtlichkeit in den beiden nachfolgenden Struktogrammen nicht aufgeführt, jedoch befinden sie sich dort an gleicher Stelle.

Programmteil „Untere Treppe“:

Soll bei der Ermittlung der erlaubten Stichprobenpläne nur die Randbedingung zu p(R) einschränken, ist das „nurKRKrit“ in der Eingabe gleich 1 gesetzt. Gibt es unter der Einschränkung erlaubte Pläne, entsteht eine untere Treppe:

```
...
If[nurKRKrit == 1,
nList = {1};
ngef = 0;
Do[ If[ngef == 1&&c == 1, KeineT = 1; Break[],
    If[ngef == 1&&c > 1, Break[]]];
      ngef = 1; neu = Min[nList]; nList = {};
      Do[If[n > c&&n >= neu, beschpR[];
            If[pR <= betagrenze, restKennZ[];
               fPlanerst[];
               ausgUntereT = Append[ausgUntereT, {n, c}];
               nList = Append[nList, n];
               ngef = 0;
              ]
            ],
           {n, nanf, nend}
          ]
      ],
     {c, canf, cend}
   ];
 ausgErlAnw = ausgUntereT
 ];
...
```

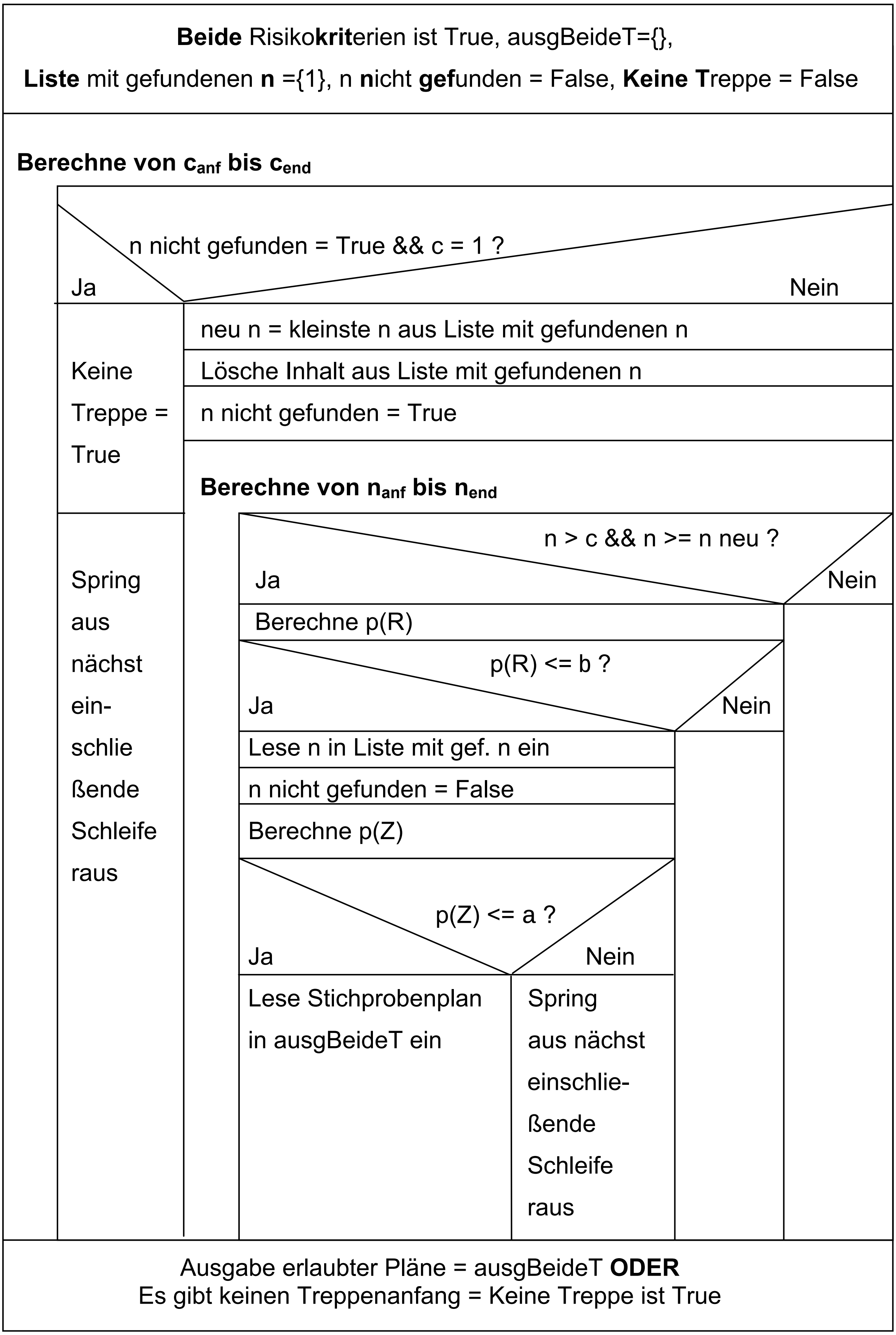


Nur Käuferrisikokriterium ist True, ausgUntereT={},
Liste mit gefundenen n ={1}, n nicht gefunden = False, Keine Treppe = False
Berechne von c_{anf} bis c_{end}
n nicht gefunden = True && c = 1 ?
Ja
Nein
Keine Treppe = True-
Spring aus nächst ein-schlie-ßende Schleife raus
n nicht gefunden =True && c > 1 ?
Ja
Nein
Spring aus nächst ein-schlie-ßende Schleife raus
n nicht gefunden = True
neu n = kleinste n aus Liste mit gefundenen n
Lösche Inhalt Liste mit gefundenen n
Berechne von n_{anf} bis n_{end}
n > c && n >= n neu ?
Ja
Nein
Berechnung von p(R)
p(R) <= b ?
Ja
Nein
Lese n in Liste mit gef. n ein
n nicht gefunden = False
Lese Stichprobenplan in ausgUntereT ein
Ausgabe erlaubter Pläne = ausgUntereT **ODER**
Es gibt keinen Treppenanfang = Keine Treppe ist True

Programmteil „Beide Treppen“:

Sind Randbedingungen zum Käuferrisiko p(R) und zum Herstellerrisiko p(Z) zur Ermittlung erlaubter Pläne vorgegeben, ist im Eingabeteil „beideKrit“ auf 1 gestellt. Durch folgenden Programmteil werden die Pläne ermittelt, die beiden Kriterien genügen:

```
...
If[beideKrit == 1,
nList = {1};
ngef = 0;
Do[ If[ngef == 1 && c == 1, KeineT = 1; Break[],
      neu = Min[nList]; nList = {}; ngef = 1;
       Do [If[n > c && n >= neu, beschpR[];
           If[pR <= betagrenze, nList = Append[nList, n];
              ngef = 0;
              beschpZ[];
            If[pZ <= alphagrenze, restKennZ[];
            fPlanerst[];
            ausgBeideT = Append[ausgBeideT, {n, c}],
            Break[]
              ]
             ]
            ],
           {n, nanf, nend}
          ]
       ],
     {c, canf, cend}
   ];
 ausgErlAnw = ausgBeideT
 ];
...
```


Beide Risiko**krit**erien ist True, ausgBeideT={},
Liste mit gefundenen **n** ={1}, n **n**icht **gef**unden = False, **Keine T**reppe = False
Berechne von c_{anf} bis c_{end}
n nicht gefunden = True && c = 1 ?
Ja
Nein
Keine Treppe = True
neu n = kleinste n aus Liste mit gefundenen n
Lösche Inhalt aus Liste mit gefundenen n
n nicht gefunden = True
Berechne von n_{anf} bis n_{end}
Spring aus nächst ein-schlie ßende Schleife raus
n > c && n >= n neu ?
Ja
Nein
Berechne p(R)
p(R) <= b ?
Ja
Nein
Lese n in Liste mit gef. n ein
n nicht gefunden = False
Berechne p(Z)
p(Z) <= a ?
Ja
Nein
Lese Stichprobenplan in ausgBeideT ein
Spring aus nächst einschlie-ßende Schleife raus
Ausgabe erlaubter Pläne = ausgBeideT **ODER**
Es gibt keinen Treppenanfang = Keine Treppe ist True

Durch folgende Anweisung wird die Anzahl der erlaubten Pläne ermittelt:

```
...
AnzErlAnw = Count[ausgErlAnw, {_, _}];
...
```

Die erste „If"-Abfrage in der Funktion „restKennZ[ ]" ermittelt bei Erfüllung der Bedingung den **Plan mit den minimalsten Kosten** und die zweite den **Plan mit dem minimalsten Stichprobenumfang:**

```
...
restKennZ[] := ...
...
If[Kmin == 0 || Kosten < Kmin, Kmin = Kosten; nKmin = n; cKmin = c];
              If[Schalter == 0, nopt = n; copt = c; Schalter = 1];
...
```

Die Ausgabe wird am Ende von Opti.Sys SzenS über folgende Funktion gesteuert. Wurde ein Treppenanfang gefunden und ist die Liste der erlaubten Pläne nicht leer, kommt es zur Darstellung der Ausgangsdaten, der Grafik der Treppe(n), der Tabelle der Kennzahlen zu jedem erlaubten Plan sowie der optimalen Pläne. Im anderen Fall wird nur der letzte „Print"-Befehl ausgegeben:

```
...
If[KeineT == 0 && AnzErlAnw > 0,
 fausgKopf[];
 Show[BildErlAnw, BildMogAnw, Ticks -> {units1, units2},
  AxesOrigin -> {0, 0}, DisplayFunction -> $DisplayFunction];
 Print[""]; Print[""];
 fausgTabelle[];
 Print[""];
 fausgOpti[],
 Print[StyleForm["** KEINE erlaubten Anweisungen
      unter den gegebenen Randbedingungen zu finden! **  ",
  FontSize -> 15, FontWeight -> "Bold", FontColor -> RGBColor[1, 0, 0]]]
 ];
```

7. Literaturverzeichnis

[1] **Börgens, M.**
„Mathematische Methoden der Qualitätssicherung“
FH Giessen – Friedberg

[2] **Börgens, M.**
„Stichprobenprüfung in beherrschten und nicht beherrschten Prozessen“: Beispiele und Formeln für Attributprüfung mit Anwendung auf DIN ISO 2859, Aachen 2000

[3] **Börgens, M.**
„Optimierungsverfahren und Risiko-Kennwerte für Stichprobenprüfung und Kostenrechnung“, in: Benes, G. / Feyerabend, F.-K. / Vossebein, U. (Hrsg.): „Qualitätsmanagement als interdisziplinäres Problem“, Wiesbaden 1997

[4] **Börgens, M.**
„Prozesskennzahlen und Qualitätsregelkarten bei attributiven Merkmalen – mit EXCEL-Programmen“, in: Thomann, H.J. (Hrsg.): „Der Qualitätssicherungs-Berater 11220“, Köln 1998

[5] **Börgens, M.**
„Kostenoptimierung bei der Stichprobenprüfung – mit EXCEL-Programmen“, in: Thomann, H.J. (Hrsg.): „Der Qualitäts-sicherungs-Berater 11220“, Köln 1998

[6] **Bronstein I.N. / Semendjajew K.A.**
„Taschenbuch der Mathematik“, Moskau/Leibzig 1979

[7] **Dietrich, E. / Schulze, A.**
„Statistische Verfahren zur Maschinen- und Prozeßqualifikation“, München/Wien 1995

[8] **DIN Taschenbuch 225**
„Qualitätssicherung und angewandte Statistik“,
enthält DIN ISO 2859, Berlin/Köln 1993

[9] **Hering, E. / Triemel, J. / Blank, H.P.**
“Qualitätsmanagement für Ingenieure”,
Düsseldorf 1996

[10] **Kersebaum, C. / Rispler, M.**
„Stichprobenoptimierung in der mathematischen Qualitätssicherung“, Diplomarbeit FH Giessen-Friedberg 1996

[11] **Kirschling, G.**
„Qualitätssicherung und Toleranzen“,
Berlin/Heidelberg 1988

[12] **Masing, W.**
„Handbuch Qualitätsmanagement“,
München/Wien 1999

[13] **Mohr, G.**
„Qualitätsverbesserung im Produktionsprozess“,
Würzburg 1991

[14] **Oberhofer, A.F.**
„Qualitätswirtschaft“,
Köln 1987

[15] Rinne H. / Mittag H.-J.
„Statistische Methoden der Qualitätssicherung“,
3. (überarb.) Auflage, München/Wien 1995

[16] Sachs, L.
„Angewandte Statistik“,
7. Auflage, Berlin/Heidelberg/New York 1992

[17] Szczepanski, L.
„Kostenoptimale Stichprobenpläne in der Qualitätssicherung“,
Diplomarbeit FH Giessen-Friedberg 1999

[18] Vogt, H.
„Methoden der Statistischen Qualitätskontrolle“,
Stuttgart 1988

[19] Weihs, C. / Jessenberger, J.
„Statistischen Methoden zur Qualitätssicherung und –optimierung in der Industrie“, Weinheim 1999

Literatur zur Programmierung in Mathematica® 3.0:

[20] Heinrich, E. / Janetzko H.-D.
„Mathematica: Vom Problem zum Programm“,
Braunschweig/Wiesbaden 1998

[21] Kofler, M.
„Mathematica: Einführung, Anwendung, Referenz“,
Bonn 1998

[21] Wolfram, S.
„Das Mathematica® Buch“,
3. Auflage, Bonn 1997

```
(***************************************************************************)
(*                                                                         *)
(*                       Programm Info.Sys SzenS                           *)
(*             diskreter Stichprobenplan ohne Randbedingungen              *)
(*                          im Szenario S                                  *)
(*                                                                         *)
(***************************************************************************)

Needs["Statistics`Master`"]

Off[General::spell]

Off[General::spell1]

Off[Power::infy]


(***************************************************************************)
(***************************************************************************)
(*                          Eingabebereich                                 *)
(***************************************************************************)
(*des Stichprobenplans:*)
(************************)

Los = □;            (*Losgröße*)
p = □;              (*Ausschußquote*)
n = □;              (*Stichprobengröße*)
c = □;              (*Annahmegzahl*)
M = □;              (*Reklamationsgrenze*)

(*************)
(*der Kosten:*)
(*************)

K_H = □;            (*Herstellkosten*)
K_fix = □;          (*Fixkosten*)
K_p = □;            (*Stückprüfungskosten*)
K_R = □;            (*Reklamationskosten*)
K_E = □;            (*Entsorgungskosten*)
r = □;              (*Reklamationsanteil: alle werden reklamiert→r=1*)


(************************)
(*Programmeinstellungen:*)
(************************)

mitAbruch = □;      (*Vollkontrolle soll abgebrochen werden:  mitAbruch=1
                          "-"      nicht abgebrochen werden:  mitAbruch=0*)
```

```
(***********************************************************************)
(***********************************************************************)
(*                      Hauptteil des Programmes                       *)
(***********************************************************************)


(*Abfragen zur  Sicherung der Eingabe*)
If[M> Los, Print[StyleForm["⊗ Falsche Eingabe mit M > Los!",
   FontSize -> 18, FontColor -> RGBColor[1, 0, 0]]];
   Print[StyleForm["Bitte Eingabe korrigieren!",
   FontWeight -> "Bold", FontSize -> 15]];
  Abort[]
 ];

If[n == 0, Print[StyleForm[
   "⊗ Falsche Eingabe mit Stichprobenumfang n = 0",
   FontSize -> 18, FontColor -> RGBColor[1, 0, 0]]];
   Print[StyleForm["Bitte Eingabe korrigieren!",
   FontWeight -> "Bold", FontSize -> 15]];
   Abort[]
 ];

If[p == 0 || p >= 1, Print[StyleForm[
   "⊗ Falsche Eingabe der Ausschussquote: p ∈ (0,1)",
   FontSize -> 18, FontColor -> RGBColor[1, 0, 0]]];
   Print[StyleForm["Bitte Eingabe korrigieren!",
   FontWeight -> "Bold", FontSize -> 15]];
   Abort[]
 ];


(*Verteilungen:*)
bidi1 = BinomialDistribution[n, p];
bidi2 = BinomialDistribution[Los, p];
bidi3 = BinomialDistribution[Los - n, p];
fbidi4[j_] := (bidi4 = BinomialDistribution[j - 1, p];
             Return[bidi4]
             );


(*Berechnungen der QS-Kennzahlen, Risiken und Kosten*)
pA = CDF[bidi1, c] // N;
pZ = 1 - pA // N;
pG = CDF[bidi2, M - 1] // N;
pS = 1 - pG // N;
```

```
pV = CDF[bidi1, M - 1] - pA // N;  (*Wahrscheinlichkeit zur Vollkontrolle*)

pGundA = Sum[PDF[bidi1, i] * CDF[bidi3, M - 1 - i], {i, 0, c}] // N;
pGundZ = pG - pGundA // N;
pSundA = pA - pGundA // N;
pSundZ = pZ - pGundZ // N;

pR = pSundA / (pG + pSundA) // N;  (*Reklamationsrisiko*)

pGunterZ = pGundZ / pZ // N;
pZunterG = pGundZ / pG // N;
pGunterA = pGundA / pA // N;
pAunterG = pGundA / pG // N;
pSunterA = pSundA / pA // N;
pAunterS = pSundA / pS // N;
pSunterZ = pSundZ / pZ // N;
pZunterS = pSundZ / pS // N;


(*Durchschlupf*)
dA = Sum[PDF[bidi1, i] * (i + (Los - n) * p), {i, 0, c}] // N;
dGundZ = Sum[Sum[(i + j) * PDF[bidi3, j], {j, 0, M - i - 1}] * PDF[bidi1, i],
        {i, c + 1, M - 1}] // N;
d = (dA + dGundZ) / (pA + pGundZ) / Los // N;


(*Mittlerer Prüfumfang mit oder ohne abbrechende Vollkontrolle*)
If[mitAbruch == 0,
  If[n < M, nStern = n + (Los - n) * pZ,
          nStern = n + (Los - n) * pV
    ],
 If[n < M,
  nAbruch = Sum[PDF[bidi1, i] *
   Sum[PDF[fbidi4[j], M - i - 1] * j, {j, M - i, Los - n}], {i, c + 1, n}],
   nAbruch = Sum[PDF[bidi1, i] *
     Sum[PDF[fbidi4[j], M - i - 1] * j, {j, M - i, Los - n}], {i, c + 1, M - 2}]
          + Sum[k * (1 - p) ^ (k - 1) * PDF[bidi1, M - 1], {k, 1, Los - n}]
   ];
  nStrich = p * nAbruch + pGundZ * (Los - n) + n ;
 ];


(*Kosten...*)
(*... pro hergestelltem Los:*)
KoPrLoNorm = K_H + K_fix + nStern * K_p + pSundA * K_R + pSundZ * K_E // N;
KoPrLoAbbr = K_H + K_fix + nStrich * K_p + pSundA * K_R + pSundZ * K_E // N;

H ... pro bestelltem Los: L
BestLos = pG+ H1 - rL  pSundA;
KoBeLoNorm = KoPrLoNorm ê BestLos êê N;
KoBeLoAbbr = KoPrLoAbbr ê BestLos êê N;
```

```
(*Vierfeldertafel*)
kopf = {"p(A) =", "p(Z) =", "p(G) =", "p(S) =", "100%", "∑", "Tafel:"};
inhalt = {StringForm["``%", PaddedForm[pA * 100, {9, 6}]],
          StringForm["``%", PaddedForm[pZ * 100, {9, 6}]],
          StringForm["``%", PaddedForm[pG * 100, {9, 6}]],
          StringForm["``%", PaddedForm[pS * 100, {9, 6}]],
          StringForm["``%", PaddedForm[pGundA * 100, {9, 6}]],
          StringForm["``%", PaddedForm[pGundZ * 100, {9, 6}]],
          StringForm["``%", PaddedForm[pSundA * 100, {9, 6}]],
          StringForm["``%", PaddedForm[pSundZ * 100, {9, 6}]]
        };


überschr[u_] :=
Graphics[
   Text[u, {0, 0}],
   TextStyle → {FontWeight → "Bold", FontSize → 12,
    FontColor → RGBColor[1, 0, 0]},
   DisplayFunction → Identity
 ];


werte[v_] :=
  Graphics[
   Text[v, {0, 0}],
   TextStyle → {FontWeight -> "Bold", FontSize → 12},
   DisplayFunction → Identity
  ];


ü1 = überschr[kopf[[1]]];
ü2 = überschr[kopf[[2]]];
ü3 = überschr[kopf[[3]]];
ü4 = überschr[kopf[[4]]];
ü5 = überschr[kopf[[5]]];
ü6 = überschr[kopf[[6]]];
ü7 = überschr[kopf[[7]]];
w1 = werte[inhalt[[1]]];
w2 = werte[inhalt[[2]]];
w3 = werte[inhalt[[3]]];
w4 = werte[inhalt[[4]]];
```

```
w5 = werte[inhalt[[5]]];
w6 = werte[inhalt[[6]]];
w7 = werte[inhalt[[7]]];
w8 = werte[inhalt[[8]]];



(************************************************************************)
(************************************************************************)
(*                          Ausgabebereich                              *)
(************************************************************************)

(*Ausgabe der Vorgaben*)
fausgKopf[] := (Print[""]; Print[""];
  Print[StyleForm[
    "Aus dem Beispiel kann man folgende Angaben entnehmen:",
              FontSize -> 14, FontWeight -> "Bold"]];
  Print[""]; Print[""];
  Print["Grundgesamtheit:          N =  ", PaddedForm[Los, 8], " Stück"];
  Print["Ausschussanteil:          p =       ", PaddedForm[p, {8, 7}]];
  Print["Reklamationsgrenze:       M =  ", PaddedForm[M, 8], " Stück"];
  Print["Stichprobenumfang:        n =  ", PaddedForm[n, 8], " Stück"];
  Print["Annahmezahl:              c =  ", PaddedForm[c, 8], " Stück"];
  Print[""]; Print[""];
  Print[StyleForm["Kosten:", FontWeight -> "Bold"]];
  Print[""];
  Print["Herstellungskosten:       K_H =  ",
      AccountingForm[PaddedForm[K_H, {8, 2}]], " Euro"];
  Print["Fixkosten:                K_fix = ",
     AccountingForm[PaddedForm[K_fix, {8, 2}]], " Euro"];
  Print["Stückprüfungskosten:      K_p =  ",
     AccountingForm[PaddedForm[K_p, {8, 2}]], " Euro"];
  Print["Reklamationskosten:       K_R =  ",
      AccountingForm[PaddedForm[K_R, {8, 2}]], " Euro"];
  Print["Entsorgungskosten:        K_E =  ",
      AccountingForm[PaddedForm[K_E, {8, 2}]], " Euro"];
  Print["Reklamationsanteil:        r =  ",
       PaddedForm[r, {10, 4}]];
  Print[""]; Print[""];
  Print[StyleForm["Der Stichprobenplan ", FontWeight -> "Bold"],
   StringForm["(``,``)", n, c],
   StyleForm[" ergibt folgende Vierfeldertafel",
    FontWeight -> "Bold"]];
```

```
  Print[StyleForm["und Wahrscheinlichkeiten:",
    FontWeight -> "Bold"]];
  Print[""]; Print[""]
            );


(*Ausgabe der Vierfeldertafel*)
fVierfeld[] := (Show[
            GraphicsArray[
           {{ü7, ü1, ü2, ü6}, {ü3, w5, w6, w3},
            {ü4, w7, w8, w4}, {ü6, w1, w2, ü5}}
                      ],
           Frame→ True,
           GridLines→ {{1, 2, 3} , {0.61, 1.24, 1.87}},
           DisplayFunction→ $DisplayFunction
                ]
             );


(*Ausgabe der bedingten Wahrscheinlichkeiten*)
fbedWahrsch[] := (
                  Print[""];
                  Print["p(G/A) = ", StringForm["`` %",
                   PaddedForm[pGunterA* 100, {9, 6}]]];
                  Print["p(A/G) = ", StringForm["`` %",
                   PaddedForm[pAunterG* 100, {9, 6}]]];
                  Print[""];
                  Print["p(G/Z) = ", StringForm["`` %",
                   PaddedForm[pGunterZ* 100, {9, 6}]]];
                  Print["p(Z/G) = ", StringForm["`` %",
                   PaddedForm[pZunterG* 100, {9, 6}]]];
                  Print[""];
                  Print["p(S/A) = ", StringForm["`` %",
                   PaddedForm[pSunterA* 100, {9, 6}]]];
                  Print["p(A/S) = ", StringForm["`` %",
                   PaddedForm[pAunterS* 100, {9, 6}]]];
                  Print[""];
                  Print["p(S/Z) = ", StringForm["`` %",
                   PaddedForm[pSunterZ* 100, {9, 6}]]];
                  Print["p(Z/S) = ", StringForm["`` %",
                   PaddedForm[pZunterS* 100, {9, 6}]]]
                  );
```

```
(*Steuerung der Ausgabe*)
ausgInfo = fausgKopf[];
           fVierfeld[];
           Print[""];
           fbedWahrsch[];
           Print[""];
           Print["Reklamationsrisiko:                        p(R) = ",
             StringForm["`` %", PaddedForm[pR*100, {9, 6}]]];
           Print["Durchschlupf:                                 d  = ",
            StringForm["`` %", PaddedForm[d*100, {9, 6}]]];
           If[mitAbruch == 0,
           Print["Mittlerer Prüfumfang:                         n* = ",
            PaddedForm[nStern, {9, 2}], " Stück"];
           Print["Kosten pro hergestelltem Los:              K_HL = ",
             AccountingForm[PaddedForm[KoPrLoNorm, {9, 2}]], " Euro"];
           Print["Kosten pro ausgeliefertem Los (nicht rekl.): K_AL = ",
             AccountingForm[PaddedForm[KoBeLoNorm, {9, 2}]], " Euro"],

           Print["Mittlerer Prüfumfang bei"];
           Print["abbrechender Vollkontrolle:                 n` = ",
             PaddedForm[nStrich, {9, 2}], " Stück"];
           Print["Kosten pro hergestelltem Los:               K_HL = ",
             AccountingForm[PaddedForm[KoPrLoAbbr, {9, 2}]], " Euro"];
           Print["Kosten pro ausgeliefertem Los (nicht rekl.):  K_AL = ",
             AccountingForm[PaddedForm[KoBeLoAbbr, {9, 2}]], " Euro"]
             ];

(*************************************************************************)
(*                         Ende des Programms                            *)
(*************************************************************************)
(*************************************************************************)
```

```
(*******************************************************************)
(*                                                                 *)
(*                  Programm Opti.Sys SzenS                        *)
(*        diskreter Stichprobenplan mit Randbedingungen            *)
(*                    im Szenario S                                *)
(*                                                                 *)
(*******************************************************************)

Needs["Statistics`Master`"]

Off[General::spell]

Off[General::spell1]


(*******************************************************************)
(*                       Eingabebereich                            *)
(*******************************************************************)
(*der allgemeinen Daten:*)
(************************)

Los = □;
p = □;
M = □;

K_H = □;                (*Herstellkosten*)
K_fix = □;              (*Fixkosten*)
K_p = □;                (*Stückprüfungskosten*)
K_R = □;                (*Reklamationskosten*)
K_E = □;                (*Entsorgungskosten*)


(***************************************)
(*der Optimierungs-spezifischen Daten :*)
(***************************************)

nanf = □;               (*minimaler Stichprobenumfang*)
nend = □;               (*maximaler Stichprobenumfang*)

nurKRKrit = □;          (*Käuferrisiko p(R)*)
nurHRKrit = □;          (*Herstellerrisiko p(Z)*)
beideKrit = □;          (*beide Gruppen*)

betagrenze = □;         (*Randbedingung zu KR: Hier p(R)*)
alphagrenze = □;        (*Randbedingung zu HR: Hier p(Z)*)
```

```
(********************************************************************)
(********************************************************************)
(*                     Hauptteil des Programms                      *)
(********************************************************************)


(*Programminterne Einstellungen:*)
canf = 0;
If[M > nend, cend = nend - 1, cend = M - 1];
ausgUntereT = {};
ausgObereT = {};
ausgBeideT = {};
ausgErlAnw = {};
ausgMogAnw = {};
Kennzahlen1 = {};
Kennzahlen2 = {};
Kennzahlen3 = {};
PlanKopf1 = {"(n,c)", "p(G)   ", "p(S)   ", "p(A)   ", "p(Z)   "};
PlanKopf2 = {"(n,c)", "p(G∧A)  ", "p(G∧Z)  ", "p(S∧A)  ", "p(S∧Z)  "};
PlanKopf3 = {"(n,c)", "p(R)   ", "n*    ", "d  ", "Kosten/Euro"};
Schalter = 0;
Kmin = 0;
nKmin = 0;
cKmin = 0;
nopt = 0;
copt = 0;
KeineT = 0;


(*Abfragen zur Sicherung der Eingaben*)
If[nend > Los,
   Print[StyleForm["Falsche Eingabe mit max. n > Los!",
    FontSize -> 18, FontColor -> RGBColor[1, 0, 0]]];
  Print[StyleForm["Bitte Eingabe korrigieren!",
    FontWeight -> "Bold", FontSize -> 15]];
  Abort[]
  ];

If[M > Los,
  Print[StyleForm["Falsche Eingabe mit M > Los!",
    FontSize -> 18, FontColor -> RGBColor[1, 0, 0]]];
  Print[StyleForm["Bitte Eingabe korrigieren!",
    FontWeight -> "Bold", FontSize -> 15]];
  Abort[]
 ];
```

```
If[
 (nurHRKrit + nurKRKrit + beideKrit) > 1 ||
 (nurHRKrit + nurKRKrit + beideKrit) == 0,
 Print[StyleForm["Zuviele oder kein Risikokriterium eingestellt!",
   FontSize -> 18, FontColor -> RGBColor[1, 0, 0]]];
  Print[StyleForm["Bitte Eingabe korrigieren!",
   FontWeight -> "Bold", FontSize -> 15]];
  Abort[]
  ];


(*Funktionen der QS-Kennzahlen, Risiken und Kosten*)
fbidi1[n_] := BinomialDistribution[n, p];
fbidi2[] := BinomialDistribution[Los, p];
fbidi3[n_] := BinomialDistribution[Los - n, p];

fpA[] := (pA = CDF[fbidi1[n], c];
          Return[pA]
         );
fpZ[] := (pZ = 1 - pA;
          Return[pZ]
         );
fpG[] := (pG = CDF[fbidi2[], M - 1];
          Return[pG]
         );
fpS[] := (pS = 1 - pG;
          Return[pS]
         );
fpGundA[] := (pGundA = Sum[PDF[fbidi1[n], i] * CDF[fbidi3[n], M - 1 - i],
                {i, 0, c}];
              Return[pGundA]
             );
fpSundA[] := (pSundA = pA - pGundA;
              Return[pSundA]
             );
fpGundZ[] := (pGundZ = pG - pGundA;
              Return[pGundZ]
             );

fpSundZ[] := (pSundZ = pZ - pGundZ;
              Return[pSundZ]
             );
fpR[] := (pR = pSundA / (pG + pSundA);
          Return[pR]
         );
```

```
(*Durchschlupf*)
fdA[] := (dA = Sum[PDF[fbidi1[n], i] * (i + (Los - n) * p), {i, 0, c}];
          Return[dA]
         );
fdGundZ[] := (dGundZ = Sum[Sum[(i + j) * PDF[fbidi3[n], j], {j, 0, M - i - 1}] *
               PDF[fbidi1[n], i], {i, c + 1, M - 1}];
               Return[dGundZ]
              );
fd[] := (d = (dA + dGundZ) / (pA + pGundZ) / Los;
         Return[d]
        );


fpV[] := (pV = CDF[fbidi1[n], M - 1] - pA;
          Return[pV]
         );
fnStern[] := (If[n >= M, nStern = n + (Los - n) * pV, nStern = n + (Los - n) * pZ];
              Return[nStern]
             );
fKosten[] := (Kosten = K_H + K_fix + nStern * K_p + pSundA * K_R + pSundZ * K_E;
              Return[Kosten]
             );



(*Beschränkung des Käuferrisikos*)
beschpR[] := (pA = fpA[];
              pGundA = fpGundA[];
              pSundA = fpSundA[];
              pG = fpG[];
              pR = fpR[]
             );


(*Beschränkung des Herstellerrisikos*)
beschpZ[] := (pA = fpA[];
              pZ = fpZ[]
             );
```

```
(*Berechnung der restlichen Kennzahlen*)
restKennZ[] := (If[nurKRKrit == 1, pZ = fpZ[]];
               If[nurHRKrit == 1, pGundA = fpGundA[];
                                  pSundA = fpSundA[];
                                  pG = fpG[];
                                  pR = fpR[]
                 ];
                pS = fpS[];
                pGundZ = fpGundZ[];
                pSundZ = fpSundZ[];
                dA = fdA[];
                dGundZ = fdGundZ[];
                d = fd[];
                If[n >= M, pV = fpV[]];
                nStern = fnStern[];
                Kosten = fKosten[];
                If[Kmin == 0 || Kosten < Kmin,
                   Kmin = Kosten; nKmin = n; cKmin = c];
                If[Schalter == 0, nopt = n; copt = c; Schalter = 1];
               );


(**********************************************)
(*Berechnungen der erlaubten Stichprobenpläne*)
(**********************************************)

(*Mögliche Anweisungen:*)
Do[
   Do[If[c < n, ausgMogAnw = Append[ausgMogAnw, {n, c}]
        ],
      {n, nanf, nend}
     ],
 {c, canf, cend}
 ];
```

```
(*Erstellen der Tabelle aller erlaubten Pläne*)
fPlanerst[] := (Kennzahlen1 =
   Append[Kennzahlen1, {StringForm["(``,``)", n, c],
                        AccountingForm[PaddedForm[pG, {8, 7}]],
                        AccountingForm[PaddedForm[pS, {8, 7}]],
                        AccountingForm[PaddedForm[pA, {8, 7}]],
                        AccountingForm[PaddedForm[pZ, {8, 7}]]}
                                   ];
               Kennzahlen2 =
   Append[Kennzahlen2, {StringForm["(``,``)", n, c],
                        AccountingForm[PaddedForm[pGundA, {8, 7}]],
                        AccountingForm[PaddedForm[pGundZ, {8, 7}]],
                        AccountingForm[PaddedForm[pSundA, {8, 7}]],
                        AccountingForm[PaddedForm[pSundZ, {8, 7}]]}
                                 ];
               Kennzahlen3 =
   Append[Kennzahlen3, {StringForm["(``,``)", n, c],
                        AccountingForm[PaddedForm[pR, {8, 7}]],
                        AccountingForm[PaddedForm[nStern, {8, 7}]],
                        AccountingForm[PaddedForm[d, {8, 7}]],
                        AccountingForm[PaddedForm[Kosten, {8, 2}]]}
                                 ]
              );


(*Untere Treppe:*)
If[nurKRKrit == 1,
nList = {1};
ngef = 0;
Do[ If[ngef == 1 && c == 1, KeineT = 1; Break[],
    If[ngef == 1 && c > 1, Break[]];
       ngef = 1; neu = Min[nList]; nList = {};
       Do[If[n > c && n >= neu, beschpR[];
             If[pR <= betagrenze, restKennZ[];
                fPlanerst[];
                ausgUntereT = Append[ausgUntereT, {n, c}];
                nList = Append[nList, n];
                ngef = 0;
               ]
             ],
            {n, nanf, nend}
          ]
       ],
      {c, canf, cend}
   ];
 ausgErlAnw = ausgUntereT
];
```

```
(*Obere Treppe*)
If[nurHRKrit == 1,
 Do[
  Do[If[n > c, beschpZ[];
        If[pZ ≤ alphagrenze, restKennZ[];
           fPlanerst[];
           ausgObereT = Append[ausgObereT, {n, c}],
           Break[]
          ]
        ],
        {n, nanf, nend}
     ],
     {c, canf, cend}
    ];
 ausgErlAnw = ausgObereT
 ];



(*Beide Treppen*)
If[beideKrit == 1,
nList = {1};
ngef = 0;
Do[ If[ngef == 1&& c == 1, KeineT = 1; Break[],
       neu = Min[nList]; nList = {}; ngef = 1;
        Do [If[n > c&& n >= neu, beschpR[];
            If[pR <= betagrenze, nList = Append[nList, n];
               ngef = 0;
               beschpZ[];
             If[pZ <= alphagrenze, restKennZ[];
             fPlanerst[];
             ausgBeideT = Append[ausgBeideT, {n, c}],
             Break[]
               ]
              ]
             ],
            {n, nanf, nend}
           ]
        ],
     {c, canf, cend}
   ];
 ausgErlAnw = ausgBeideT
 ];


AnzErlAnw = Count[ausgErlAnw, {_, _}];
```

```
(**********************************************************************)
(**********************************************************************)
(*                           Ausgabebereich                           *)
(**********************************************************************)


(*Ausgabe der Vorgaben*)
fausgKopf[] := (Print[""]; Print[""];
  Print[StyleForm[
          "Aus dem Beispiel kann man folgende Angaben entnehmen:",
             FontSize -> 12, FontWeight -> "Bold"]];
  Print[""]; Print[""];
  Print["Grundgesamtheit:          N =  ",
   PaddedForm[Los, 8], " Stück"];
  Print["Ausschussanteil:          p =       ",
   PaddedForm[p, {8, 7}]];
  Print["Reklamationsgrenze:       M =  ",
   PaddedForm[M, 8], " Stück"];
  Print["min. Stichprobenumfang:   n >= ",
   PaddedForm[nanf, 8], " Stück"];
  Print["max. Stichprobenumfang:   n <= ",
   PaddedForm[nend, 8], " Stück"];
  If[nurKRKrit == 1, Print[StyleForm[
                    "Randbedingung:          p(R) <=      ",
                       FontWeight -> "Bold",
                       FontColor -> RGBColor[1, 0, 0]],
                      PaddedForm[betagrenze, {8, 7}]]]];
  If[nurHRKrit == 1, Print[StyleForm[
                    "Randbedingung:          p(Z) <=      ",
                       FontWeight -> "Bold",
                       FontColor -> RGBColor[1, 0, 0]],
                       PaddedForm[alphagrenze, {8, 7}]]]];
  If[beideKrit == 1, Print[StyleForm[
                    "Randbedingungen:        p(R) <=      ",
                       FontWeight -> "Bold",
                       FontColor -> RGBColor[1, 0, 0]],
                      PaddedForm[betagrenze, {8, 7}]]];
 Print[StyleForm["                         p(Z) <=      ",
   FontWeight -> "Bold", FontColor -> RGBColor[1, 0, 0]],
     PaddedForm[alphagrenze, {8, 7}]]
    ];
 Print[""]; Print[""];
 Print[StyleForm["Kosten:", FontWeight -> "Bold"]];
 Print[""];
```

```
Print["Herstellungskosten:        KH =  ",
      AccountingForm[PaddedForm[KH, {8, 2}]], " Euro"];
Print["Fixkosten:                 Kfix = ",
     AccountingForm[PaddedForm[Kfix, {8, 2}]], " Euro"];
Print["Stückprüfungskosten:       Kp =  ",
     AccountingForm[PaddedForm[Kp, {8, 2}]], " Euro"];
Print["Reklamationskosten:        KR =  ",
      AccountingForm[PaddedForm[KR, {8, 2}]], " Euro"];
 Print["Entsorgungskosten:        KE =  ",
      AccountingForm[PaddedForm[KE, {8, 2}]], " Euro"];
Print[""]; Print[""];
Print[StyleForm["Aus den Vorgaben ergeben sich  ",
   FontWeight -> "Bold"],
  AnzErlAnw, StyleForm[" erlaubte Stichprobenanweisungen:",
   FontWeight -> "Bold"],
 StyleForm[" ●", FontSize -> 14, FontColor -> RGBColor[1, 0, 0],
   FontWeight -> "Bold"]];
Print["(Mögliche Stichprobenanweisungen:",
 StyleForm[" ●", FontSize -> 9, FontWeight -> "Bold"], ")"];
Print[""]; Print[""]
            );
```

```
(*Ausgabe möglicher und erlaubter Pläne im Diagramm*)
BildMogAnw =
ListPlot[ausgMogAnw, PlotStyle -> PointSize[0.01],
  AxesLabel -> {"n", "c"}, DisplayFunction -> Identity];

BildErlAnw = ListPlot[ausgErlAnw,
  PlotStyle -> {PointSize[0.02], RGBColor[1, 0, 0]},
  AxesLabel -> {"n", "c"}, DisplayFunction -> Identity];


(*Achsenskalierung*)
units1[xmin_, xmax_] := Range[Floor[xmin], Floor[xmax], 5];
units2[ymin_, ymax_] := Range[Floor[ymin], Floor[ymax], 1];


(*Tabelle der erlaubten Pläne*)
fausgTabelle[] := (Print[TableForm[Kennzahlen1,
                   TableSpacing -> {1, 2},
                   TableHeadings -> {Automatic, PlanKopf1},
                   TableAlignments -> {Right}]]; Print[""];
                  Print[TableForm[Kennzahlen2,
                   TableSpacing -> {1, 2},
                   TableHeadings -> {Automatic, PlanKopf2},
                   TableAlignments -> {Right}]]; Print[""];
                  Print[TableForm[Kennzahlen3,
                   TableSpacing -> {1, 2},
                   TableHeadings -> {Automatic, PlanKopf3},
                   TableAlignments -> {Right}]]
                 );



(*Ausgabe der optimalen Pläne*)
fausgOpti[] := (Print[""];
Print[StyleForm["Optimale Pläne:",
      FontSize -> 15, FontWeight -> "Bold"]];
Print["Der Stichprobenplan (n,c) mit kleinsten Stichprobenumfang: ",
   StringForm["(``,``)", nopt, copt]];
Print["Die minimalen Gesamtkosten betragen bei oben
         genannter Randbedingung(en):"];
Print["                ", AccountingForm[PaddedForm[Kmin, {9, 2}]],
      " Euro für Stichprobenplan (n,c): ",
      StringForm["(``,``)", nKmin, cKmin]]
                );
```

```
(*Steuerung der Ausgabe*)
If[KeineT == 0 && AnzErlAnw > 0,
 fausgKopf[];
 Show[BildErlAnw, BildMogAnw, Ticks -> {units1, units2},
  AxesOrigin -> {0, 0}, DisplayFunction -> $DisplayFunction];
 Print[""]; Print[""];
 fausgTabelle[];
 Print[""];
 fausgOpti[],
 Print[StyleForm["** KEINE erlaubten Anweisungen
       unter den gegebenen Randbedingungen zu finden! **  ",
   FontSize -> 15, FontWeight -> "Bold", FontColor -> RGBColor[1, 0, 0]]]
  ];

(*********************************************************************)
(*                      Ende des Programms                           *)
(*********************************************************************)
(*********************************************************************)
```