UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES



DIPLOMARBEIT

Thema der Diplomarbeit: Entwicklung eines Programms mit simulativen Funktionen zur Portfoliosteuerung von Fonds mit derivativem Anteil

Unternehmen, in dem die Diplomarbeit durchgeführt wurde: Deka Investment GmbH, Unternehmensbereich Portfoliosteuerungssysteme in Frankfurt am Main

Diplomand: Referent: Korreferent und Betreuer: Sergio Alexandre Abadesso Prof. Dr. Ulrich Abel Dr. Christian Schwaar Deka Investment GmbH

Fachhochschule Gießen-Friedberg, Bereich Friedberg Fachbereich Mathematik, Naturwissenschaften und Datenverarbeitung Fachrichtung Mathematik, Sommersemester 2008

Inhaltsverzeichnis

Ab	bildu	ngs	sverzeichnis	v
1	Einfi	ihru	ung	1
1	.1 Zi	elsetz	tzung der Arbeit	1
1	.2 Au	ufbau	u der Arbeit	2
2	Grun	ndla	agen	3
2	.1 M	lather	ematische und finanzwissenschaftliche Grundlagen	3
	2.1.1	Op	Optionen	3
	2.1.1	1.1	Arten von Optionen	3
	2.1.1	1.2	Optionspositionen	4
	2.	1.1.2.	2.1 Kaufoption	5
	2.	1.1.2.	2.2 Verkaufsoption	6
	2.1.1	1.3	Einflussfaktoren auf Optionspreise	8
	2.1.2	Op	Optionsbewertung	10
	2.1.2	2.1	Binomialmodell	10
	2.	1.2.1.	1.1 Einperiodiges Binomialmodell	10
	2.	1.2.1.	1.2 Mehrperiodiges Binomialmodell	12
	2.	1.2.1.	1.3 Binomialmodell für amerikanische Optionen	13
	2.	1.2.1.	1.4 Anpassung der Auf- und Abwärtsraten an die Volatilität	15
	2.1.2	2.2	Black-Scholes-Modell	15
	2.	1.2.2.	2.1 Bewertung von Kaufoptionen (Calls)	16
	2.	1.2.2.	2.2 Bewertung von Verkaufsoptionen (Puts)	17
	2.1.3	Se	ensitivitätskennzahlen der Optionen	17
	2.1.3	3.1	Delta	
	2.1.3	3.2	Gamma	20
	2.1.3	3.3	Omega	21
	2.1.3	3.4	Rho	23
	2.1.3	3.5	Theta	24
	2.1.3	3.6	Vega	26
2	.2 Ze	ertifika	kate	27
	2.2.1	Gr	Grundlagen	27
	2.2.2	Dis	viscount-Zertifikate	27

	2.2.2.1 Ke	ennzahlen eines Discount-Zertifikates	
	2.2.2.1.1	Maximale Rendite p.a. in %	
	2.2.2.1.2	Discount in %	
	2.2.2.1.3	Cap-Abstand in %	
	2.2.2.1.4	Outperformance-Punkt	
3 Si	mulatio	onen	32
3.1	Beta-Fon	idssimulation	
3.2	Value-at-	-Risk-Simulation	
3.2	2.1 Vari	anz-Kovarianz-Methode	
	3.2.1.1 D	elta-Normal-Ansatz	
	3.2.1.2 D	elta-Gamma-Ansatz	
3.2	2.2 Mor	nte-Carlo-Simulation	
3.3	Szenario-	-Simulation	
4 Be	eschreit	oung des Programms	44
4.1	Program	maufbau	
4.2	Optionsü	ibersicht	
4.2	2.1 Einfé	ührung in die Optionsübersicht	
4.2	2.2 Delt	a	
4.2	2.3 Gam	nma	
4.2	2.4 Lam	ıbda (Omega)	50
4.2	2.5 Rho		
4.2	2.6 Thet	ta	
4.2	2.7 Vega	a	
4.2	2.8 Payo	off-Diagramme	53
4.3	Spezielle	Sichten auf Fonds	
4.3	8.1 Zert	ifikate Fonds	
4.4	Beta-Fon	idssimulation	60
4.5	Varianz-K	Kovarianz-Simulation	61
4.6	Monte-Ca	arlo-Simulation	
4.7	Szenario-	-Simulation	65
5 Da	arstellu	ng ausgewählter Ergebnisse	67
5.1	Optionsü	ibersicht	
5.2	Beta-Fon	idssimulation	
5.3	Value-at-	-Risk-Analyse mit Varianz-Kovarianz-Methode und Monte-C	Carlo-Simulation 69

5.4	Szenario-Simulation	72
Litera	turverzeichnis	78

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 2: Optionspositionen	4
Abbildung 3: Auszahlungsprofile der verschiedenen Optionspositionen	7
Abbildung 4:Einperiodiges Binomialmodell	. 11
Abbildung 5: Mehrperiodiges Binomialmodell	. 13
Abbildung 6: Mehrperiodiges Binomialmodell einer amerikanischen Put-Option	. 14
Abbildung 7: Verlauf des Deltas einer Call-Option	. 19
Abbildung 8: Verlauf des Deltas einer Put-Option	. 20
Abbildung 9: Verlauf des Gammas einer Call- bzw. Put-Option	. 21
Abbildung 10: Verlauf des Omegas einer Call-Option	. 22
Abbildung 11: Verlauf des Omegas einer Put-Option	. 22
Abbildung 12: Verlauf des Rhos einer Call-Option	. 23
Abbildung 13: Verlauf des Rhos einer Put-Option	. 24
Abbildung 14: Verlauf des Thetas einer Call-Option	. 25
Abbildung 15: Verlauf des Thetas einer Put-Option	. 25
Abbildung 16: Verlauf des Vegas einer Call- bzw. Put-Option	. 26
Abbildung 17: Auszahlungsprofil eines Discount Zertifikates	. 28
Abbildung 18: Investmentprofil eines Discount-Zertifikates	. 29
Abbildung 19: Verdeutlichung der Veränderung des Deltas	. 37
Abbildung 20: Programmoberfläche	. 44
Abbildung 21: Schritte um die Optionsübersicht darzustellen	. 47
Abbildung 22: Schritte zum Darstellen von Optionsdiagrammen	. 48
Abbildung 23: Verlauf des Deltas einer Call- und Put-Option	. 49
Abbildung 24: Verlauf des Gammas einer Call- und Put-Option	. 50
Abbildung 25: Verlauf des Omegas einer Call- und Put-Option	. 51
Abbildung 26: Verlauf des Rhos einer Call- und Put-Option	. 51
Abbildung 27: Verlauf des Deltas einer Call- und Put-Option	. 52
Abbildung 28: Verlauf des Vegas einer Call-Option	. 53
Abbildung 29: Auszahlungsprofil einer Option am Ende der Restlaufzeit	. 54
Abbildung 30: Auszahlungsprofil einer Option unter Berücksichtigung des Zeitwertes	. 54
Abbildung 31: Auszahlungsprofile mehrerer Optionen mit gleichem Basiswert	. 55
Abbildung 32: Auszahlungsprofile mehrerer Optionen mit verschiedenen Basiswerten	. 56
Abbildung 33: Spezielle Sichtweise auf einen Discount-Fonds	. 57
Abbildung 34: Discount-Struktur grafisch darstellen lassen	. 59
Abbildung 35: Beta-Fondssimulation	. 60
Abbildung 36: Varianz-Kovarianz-Simulation	. 61
Abbildung 37:Ergebnisse der Varianz-Kovarianz Methode	. 62
Abbildung 38: Monte-Carlo-Simulation	. 63
Abbildung 39: Ergebnisse einer Monte-Carlo-Simulation	. 64
Abbildung 40: Szenario-Simulation	. 65
Abbildung 41:Ergebnisse einer Szenario-Simulation	. 66

Abbildung 42: Grafische Ausgabe einer Beta-Fondssimulation eines reinen Aktienfonds	68
Abbildung 43: Grafische Ausgabe einer Beta-Fondssimulation eines Aktienfonds mit derivativem	
Anteil	68
Abbildung 44: Grafische Ausgabe einer Beta-Fondssimulation eines Discount-Fonds	69
Abbildung 45: Grafische Ausgabe einer Value-at-Risk-Analyse eines reinen Aktienfonds	70
Abbildung 46: Grafische Ausgabe einer Value-at-Risk-Analyse eines Aktienfonds mit derivativem	
Anteil	71
Abbildung 47: Grafische Ausgabe einer Value-at-Risk-Analyse eines Discount-Fonds	71
Abbildung 48: 1. Szenario / Discount-Fonds	73
Abbildung 49: 1. Szenario / Aktienfonds	73
Abbildung 50: 1. Szenario / Aktienfonds mit Optionsanteil	74
Abbildung 51: 2. Szenario / Discount-Fonds	74
Abbildung 52: 2. Szenario / Aktienfonds	75
Abbildung 53: 2. Szenario / Aktienfonds mit Optionsanteil	75
Abbildung 54: 3. Szenario / Discount-Fonds	76
Abbildung 55: 3. Szenario / Aktienfonds	76
Abbildung 56: 3. Szenario / Aktienfonds mit Optionsanteil	77

1 Einführung

1.1 Zielsetzung der Arbeit

Das Ziel dieser Arbeit ist die Erstellung eines Programms mit simulativen Funktionen zur Portfoliosteuerung von Fonds mit derivativem Anteil für das Fondsmanagement der Deka Investment GmbH.

Fonds, die einen gewissen Anteil an derivativen Produkten enthalten, sind aufgrund deren unsymmetrischen Verhaltens nur sehr schwer zu sind Fonds, die ausschließlich analysieren. Dem hingegen aus symmetrischen Positionen bestehen, wie beispielsweise Aktien, aufgrund Marktveränderungen ihres linearen Verhaltens bei einfacher zu betrachten. Das Interesse an derivativen Anlagen hat in den letzten Jahren stark zugenommen. Derivate werden oft aufgrund ihrer Hebelwirkung oder aus Risikominderungszwecken als Anlageform gewählt. Allerdings bleibt zu beachten, dass Derivate, so lukrativ sie auch sein mögen, zugleich einen hohen Risikofaktor aufweisen. Aufgrund der nichtlinearen Abhängigkeit, in der derivative Anlagen zu ihren Basiswerten stehen, bedarf es einiger Überlegungen und Methoden um derartige Strukturen zu analysieren.

Das zu erstellende Programm soll in diesem Zusammenhang dem Fondsmanager als Werkzeug dienen, um Analysen und Simulationen auf Fondsebene durchzuführen. Darüber hinaus sollen damit auf Einzeltitelebene derivative Positionen übersichtlich dargestellt werden und gegebenenfalls analysiert werden. Zu den Simulationsund sollen Analysemöglichkeiten der Fonds eine Simulation der Fondsentwicklung bei Marktveränderungen, eine Szenario-Simulation, eine Monte-Carlo-Simulation und eine Varianz-Kovarianz-Analyse gehören. Bei der Simulation der Fondsentwicklung bei Marktveränderungen wird das Fondsvolumen für jede Marktveränderung mit den Beta-Faktoren der einzelnen Positionen gewichtet, neu berechnet und visualisiert. Die Szenario-Simulation dem hingegen soll dem Fondsmanager die bieten, Veränderungsraten Möglichkeit von Risikofaktoren wie Marktveränderungen, Volatilität, Zeit und risikoloser Zinssatz zu wählen, um anschließend die Veränderung des simulierten Fondsvolumens zu erhalten. Die Monte-Carlo-Simulation sowie die Varianz-Kovarianz-Analyse werden für eine Value at Risk Analyse der Fonds verwendet. In Absprache mit dem Fondsmanagement werden für einige strukturierte Fonds spezielle Sichtweisen für Fonds erstellt, die es dem Fondsmanager erlauben, eine differenzierte Sicht auf ausgewählte Fonds zu lenken.

Dieses Programm wird nach Fertigstellung als Erweiterung in das bereits vorhandene betriebsinterne Portfoliosteuerungssystem der DEKA Investment GmbH implementiert werden. Die Umsetzung wird mithilfe der Software MatLab und einem SQL-Server vorgenommen. Gespeicherte Prozeduren auf dem Server sollen zur Datenübertragung nach MatLab dienen.

1.2 Aufbau der Arbeit

Die vorliegende Arbeit gliedert sich in 5 Kapitel.

Das erste Kapitel gibt eine Einführung in die Arbeit, indem es die Zielsetzung und den methodischen Aufbau erklärt.

Das zweite Kapitel beschreibt die Grundlagen. Es wird zuerst auf das Deka Portfoliosteuerungssystem (DIPS-System) eingegangen, zu dem das Programm als Erweiterung entwickelt wurde. Anschließend wird auf die mathematischen und finanzwissenschaftlichen Grundlagen eingegangen. In diesem Zusammenhang werden allgemeine Grundlagen über Optionen geschildert, die Sensitivitätskennzahlen der Optionen beschrieben und Bewertungsmethoden aufgezeigt. Darüber hinaus werden die Grundlagen über Zertifikate vermittelt und die besondere Stellung der Discount-Zertifikate diskutiert.

Im dritten Kapitel werden die Simulationen beschrieben, die im Programm verwendet werden; eine Beta-Fondssimulation, eine Szenario-Simulation, eine Varianz-Kovarianz-Simulation und eine Monte-Carlo-Simulation.

Das vierte Kapitel beschreibt anschließend den Umgang mit dem Programm und stellt die einzelnen Funktionen dar. Hierin wird außerdem auf die Bedienung des Programms eingegangen. Durch Screenshots des Frontends wird die Bedienung erheblich vereinfacht.

Ergebnisse ausgewählter Fonds werden im abschließenden fünften Kapitel vorgestellt. Anhand von drei verschiedenen Fonds werden die Funktionen des Programms präsentiert und eingesetzt. Die Ergebnisse werden visualisiert und erläutert.

2 Grundlagen

2.1 Mathematische und finanzwissenschaftliche Grundlagen

2.1.1 Optionen

2.1.1.1 Arten von Optionen

Optionen zählen zu der Gruppe der Derivate und statten ihren Besitzer mit dem Recht aus, den Basiswert an oder bis zu einem bestimmten Zeitpunkt zu einem festgelegten Kurs zu kaufen oder verkaufen. Derivate bezeichnen ein abgeleitetes Finanzgeschäft.

Es gibt grundsätzlich zwei Arten von Optionen. Zum einen gibt es die Kaufoption (im Englischen auch als Call bekannt) und zum anderen die Verkaufsoption (Put).

Mit der Kaufoption verfügt der Besitzer über das Recht, den Basiswert zu kaufen und mit der Verkaufsoption über das Recht, den Basiswert zu verkaufen. Diese Handlungen müssen allerdings nicht zwingend ausgeführt werden, was Optionen von Futures oder Forward Geschäften unterscheidet. Der bei Vertragsabschluss festgelegte Kurs wird auch als Ausübungspreis beziehungsweise Basispreis bezeichnet.

Für jede der zwei Optionsarten bestehen zwei Parteien. Daraus ergeben sich vier verschiedene Markttypen:

- 1. Käufer von Calls
- 2. Verkäufer von Calls
- 3. Käufer von Puts
- 4. Verkäufer von Puts

Die Kaufposition wird als Long, die Verkaufsposition als Short bezeichnet.

Die Short-Position erhält immer im Voraus, bei Abschluss des Kontrakts, eine Prämie. Aus ihr entstehen aber im Nachhinein eventuelle Verbindlichkeiten.

Was den Ausübungszeitpunkt angeht, gibt es zwei verschiedene Optionsvarianten. Als amerikanisch werden Optionskontrakte bezeichnet, bei denen die Ausübung jederzeit ausgeführt werden kann. Bei europäischen Optionen ist die Ausübung der Option nur zu einem im Voraus festgelegten Verfallstag möglich.

Optionen können während Ihrer Laufzeit in drei Kategorien unterteilt werden. Es gibt die Möglichkeit, dass sich eine Option "im Geld" (in-themoney), "am Geld" (at-the-money) oder "aus dem Geld" (out-of-themoney) befindet. Befindet sich der Kurs des Basiswertes einer Option unter dem Basispreis, so ist die Option "aus dem Geld" und vice versa. Befindet sich hingegen der Kurs des Basiswertes in der Nähe des festgelegten Basispreises, so bezeichnet man die Option als "am Geld".

2.1.1.2 Optionspositionen

Die vier möglichen Optionspositionen werden in der folgenden Abbildung nochmals verdeutlicht:

Position Optionsart	Käufer	Verkäufer
Call	Long Call -zahlt Optionsprämie -besitzt Kaufrecht	Short Call -erhält Optionsprämie -Stillhalter in Wertpapieren
Put	Long Put -zahlt Optionsprämie -besitzt Verkaufsrecht	Short Put -erhält Optionsprämie -Stillhalter in Geld

Abbildung 1: Optionspositionen¹

¹ Quelle: Steiner/Bruns, 2007, S.315

2.1.1.2.1 Kaufoption

Eine Kaufoption verschafft dem Käufer das Recht den zugrundeliegenden Basiswert zu einem im Voraus festgelegten Basispreis (Strike) und Termin zu kaufen. Ob der Käufer am Laufzeitende von seinem Recht Gebrauch macht, hängt vor allem davon ab, ob er durch die Ausübung einen Gewinn erzielen würde. Der Käufer einer Kaufoption spekuliert mit dem Kauf auf steigende Kurse des Basiswertes und nimmt die Position des "Long Calls" ein. Der Käufer muss dem Verkäufer der Kaufoption, der die Position des "Short Calls" einnimmt, eine Prämie für das Kaufrecht zahlen. Der Verkäufer verfügt somit nur über eine begrenzte Gewinnchance, nämlich die Prämie. Dem hingegen gestaltet sich das Ausmaß eines Verlustes als unbegrenzt.

Zur Veranschaulichung betrachten wir dazu ein Beispiel.

Ein Anleger kauft eine europäische Kaufoption auf den Erwerb von 100 Anteilen der Aktie xyz mit einem Basispreis von 100€. Wir nehmen an, dass der Aktienkurs der Aktie xyz bei 98€ notiert. Das Verfallsdatum der Option sei in vier Monaten. Der Preis für die Option auf einen Anteilsschein sei 5€. Der Anleger, der die Long-Position einnimmt, tätigt somit eine Investition von 500€, die er sofort an den Verkäufer (Short-Position) bezahlt. Nach Bezahlung der Optionsprämie verfügt der Anleger über das Recht die Aktie in vier Monaten zu dem Preis von 100€ zu kaufen. Liegt der Aktienkurs vier Monate nach Abschluss des Kontraktes unter 100€, würde der Anleger auf die Optionsausübung verzichten, da er am Markt die Aktie günstiger bekommen würde. Der Anleger verliert bei diesem Szenario seine komplette Anfangsinvestition von 500€. Liegt der Wert des Aktienkurses bei Verfall über 100€, z. B. bei 115€, so wird der Anleger die Option ausüben und vom Verkäufer 100 Aktien für 100€ kaufen, die er dann am Markt für jeweils 115€ verkaufen könnte. Er würde in diesem Fall einen Gewinn von 1000€ realisieren, nach Abzug der Anfangsinvestition von 500€. Steht der Aktienkurs am Verfallstag der Option bei 102€, so entstünde dem Anleger ein Verlust von 300€ bei Ausübung der Option. Er würde zwar einen Gewinn von 200€ erzielen, wenn er die 100 Aktien für jeweils 100€ vom Optionsverkäufer kauft und sie dann sofort am Markt für 102€ veräußert. Es wäre jedoch noch die Anfangsinvestition von 500€ vom Gewinn abzuziehen, was dann zu einem Verlust von 300€ führt.

Es gilt also generell eine Kaufoption am Verfallstag auszuüben, wenn sich der Aktienkurs über dem festgelegten Basispreis befindet. Der Aktienkurs, an dem der Anleger keinen Gewinn und Verlust macht, wäre in diesem Beispiel 105€. Der Anleger würde bei Ausführen der Option 500€ gewinnen, die sich mit der Anfangsinvestition decken würden. Der Punkt, an dem Gewinn und Verlust den Wert 0 ergeben, wird als Break–Even-Point bezeichnet.²

2.1.1.2.2 Verkaufsoption

Eine Verkaufsoption, auch bekannt unter dem Begriff "Put", berechtigt den Käufer, den Basiswert, welcher der Option zugrunde liegt, zu einem im Voraus festgelegten Ausübungspreis (Strike) bis zu einem festgelegten Termin zu verkaufen. Der Käufer einer Verkaufsoption nimmt die Position des Long Puts ein und spekuliert bei dem Kauf auf einen sinkenden Kurs des Basiswerts. Der Verkäufer hingegen, der die Position des Short Puts einnimmt, ist daran interessiert, dass der Kurs oberhalb des festgelegten Ausübungspreises verläuft, da er in diesem Fall die bei Abschluss fällig werdende Prämie, die der Käufer an den Verkäufer zu entrichten hat, als Gewinn verzeichnen könnte.

Bei einer amerikanischen Option erwirbt der Käufer das Recht, die Option innerhalb der Laufzeit wahrzunehmen. Dem gegenüber ist eine Ausübung bei einer europäischen Option lediglich am Laufzeitende möglich.

Um die Gewinn- und Verlustmöglichkeiten der vier oben beschriebenen Optionstypen darzustellen, sind die folgenden vier Abbildungen hilfreich.

² Vgl. Hull, 2006, S.228



Abbildung 2: Auszahlungsprofile der verschiedenen Optionspositionen³

Auf den Diagrammen der Abbildung 3 sind auf den x-Achsen die Aktienkurse des zugrundeliegenden Basiswertes und auf den y-Achsen oberhalb der Null die Gewinnzonen und unterhalb der Null die Verlustzonen aufgetragen.

- V_{max} Maximaler Verlust
- G_{max} Maximaler Gewinn
- B Strike (Basispreis)
- B+P Break-Even Point

³ Steiner/Bruns, 2007, S.316

2.1.1.3 Einflussfaktoren auf Optionspreise⁴

Es existieren fünf Variablen, die Einfluss auf die Optionspreise nehmen. Die Veränderung einzelner Einflussfaktoren führt zu einer Veränderung des Optionspreises, wobei einige Faktoren stärkeren Einfluss ausüben als andere. Im Folgenden wird eine kurze Erläuterung der einzelnen Faktoren gegeben.

- 1. Kurs des Basiswertes
- 2. Volatilität
- 3. Restlaufzeit der Option
- 4. Niveau des risikolosen Zinssatzes

Kurs des Basiswertes

Der Kurs des Basiswertes übt den größten Einfluss auf den Preis der Option aus. Hierbei wird der Grad der Intensität durch die Sensitivitätskennzahl Delta ausgedrückt. Der Kurs des Basiswertes einer Aktienoption ist beispielsweise der Preis der zugrundeliegenden Aktie, wie sie an der Börse gehandelt wird.

Volatilität

Die Volatilität hat nach dem Kurs des Basiswerts den größten Einfluss auf den Kurs der Option. Im Grunde genommen ist die Volatilität auch als Maß zukünftigen für die Unsicherheit der Bewegung des **Basiswertes** anzusehen. Mathematisch gesehen ist die Volatilität als Standardabweichung der erwarteten Rendite einer Anlage zu verstehen. Sie gibt Informationen darüber, wie sehr die Rendite von der durchschnittlichen Rendite streut. Mit höherer Volatilität wächst somit die Wahrscheinlichkeit, dass der Kurs des Basiswertes in Zukunft stark fällt oder stark wächst. Der Besitzer einer Kaufoption profitiert daher von einer hohen Volatilität, da er nur ein begrenztes Risiko im Falle eines starken Kursrückgangs des Basiswertes hat. Die erhöhte Wahrscheinlichkeit einen starken Kursanstieg zu erzielen und aus der Kaufoption einen hohen Gewinn zu generieren, wird mit einer hohen Optionsprämie für den Stillhalter kompensiert. Zusammengefasst bedeutet also ein Anstieg der

⁴ Hull, 2006, S.258ff

Volatilität auch einen Anstieg der Werte sowohl von Calls als auch von Puts.

Restlaufzeit

Der Wert einer amerikanischen Option, die zu jedem Zeitpunkt ausgeübt werden kann, steigt, sobald die Restlaufzeit steigt. Das liegt daran, dass beispielsweise der Inhaber einer langfristigen Option mehr Ausübungsmöglichkeiten besitzt. Der Stillhalter ist somit einem höheren Risiko ausgesetzt. Die langfristige Option besitzt daher zwingend mindestens den gleichen Wert wie kurzfristige Option. die Bei europäischen Optionen wirkt sich in den meisten Fällen die Restlaufzeit ähnlich auf den Optionswert aus wie bei amerikanischen Optionen. Bei absehbaren Ereignissen, die sich positiv oder negativ auf den Aktienkurs auswirken, wie z. B. Dividendenzahlung innerhalb der Restlaufzeit, kann sich der Optionskurs in dem Sinne verändern, dass die Restlaufzeit einen gegensätzlichen Effekt auf den Optionspreis hat.

Niveau des risikolosen Zinssatzes

Die Auswirkungen des risikolosen Zinssatzes auf den Wert der Option sind den Einflüssen der anderen Faktoren im Gegensatz zu eher unsystematisch und stark von dem Verhalten des Aktienkurses geprägt. Zinssätze Wenn die steigen, steigen tendenziell auch die Renditeanforderungen der Anleger gegenüber dem Basiswert. Außerdem sinkt der Barwert jeder zukünftigen Einzahlung für den Optionsinhaber. Die wechselseitige Wirkung dieser beiden Effekte führt dazu, dass der Wert von Verkaufsoptionen sinkt und der Wert von Kaufoptionen steigt. Es ist allerdings anzumerken, dass angenommen wird, die Zinssätze ändern sich, während alle anderen Faktoren konstant bleiben. In der Praxis ist allerdings festzustellen, dass die Aktienkurse negativ zu dem risikolosen Zinssatz korreliert sind. Das heißt, die Aktienkurse steigen (fallen), wenn die Zinssätze fallen (steigen). Unter Beachtung dieses Effektes wird der Wert einer Kaufoption steigen und der Wert einer Verkaufsoption sinken, sobald ein Zinsanstieg erfolgt. Analog verhalten sich Optionen bei Zinssenkung und begleitendem Anstieg des Aktienkurses. Der Wert der Kaufoption steigt und der der Verkaufsoption fällt.

2.1.2 Optionsbewertung

2.1.2.1 Binomialmodell

2.1.2.1.1 Einperiodiges Binomialmodell

Das Binomialmodell ist ein Verfahren, das entwickelt wurde, um den Wert einer Option zu bestimmen. Es ist möglich, sowohl europäische als auch amerikanische Kauf- und Verkaufsoptionen zu bewerten.

Als Einführung in die Problematik betrachten wir vor der Erläuterung der Ansätze von Cox, Ross und Rubinstein zunächst eine einfache Situation:

Eine Aktie ist aktuell, also zu dem Zeitpunkt t_0 , 200 Euro wert. Wir gehen in dem vereinfachten Modell von der Annahme aus, dass wir die Werte am Ende der Periode kennen. Wir wissen also heute, dass der Wert der Aktie morgen entweder auf S_0u = 240 Euro steigt oder auf S_0d = 180 Euro fällt. Wir gehen in diesem Beispiel von einem relativen Anstieg von 20% und einem Abstieg von 10% aus, was sich dezimal ausdrücken lässt als u=1,2 und d=0,9. Um den Optionspreis f am Tag t_0 bestimmen zu können, unter der Annahme, dass keine Arbitragemöglichkeit existiert, wird ein Portfolio aus einer Aktie und einer Short-Option auf die Aktie gebildet. Unter dem Begriff Arbitrage wird in diesem Zusammenhang die Möglichkeit der Erzielung eines Gewinns aus einem Geschäft ohne jeglichem Risiko verstanden. Aus Arbitragegründen muss die Rendite des Portfolios am Ende der Periode dem risikolosen Zinssatz entsprechen. Die Aufgabe ist es dann, über die Kosten für das Portfolio auf den Optionswert zu schließen.⁵

Das Portfolio besteht aus einer Long-Position in Δ Aktien und einer Short-Call-Position mit dem Basispreis 210 Euro. Folgende Abbildung soll die Situation beschreiben.

⁵ Hausmann, 2002, S.117



Abbildung 3: Einperiodiges Binomialmodell

Die Werte des Portfolios betragen am Ende der Periode entweder $240\Delta - 30$ oder $180\Delta - 0$. Durch Gleichsetzung der Werte erhalten wir die Anzahl der Aktien, in die investiert werden muss, um ein risikoloses Portfolio zu gewährleisten. Somit gilt:

$$S_{0}u\Delta - f_{u} = S_{0}d\Delta - f_{d}$$

$$\Delta = \frac{f_{u} - f_{d}}{S_{0}u - S_{0}d}$$

$$240\Delta - 30 = 180\Delta$$

$$\Delta = 0.5$$
(2.1)

In diesem Fall ist ein risikoloses Portfolio dann gegeben, wenn eine halbe Aktie gekauft und eine Kaufoption verkauft wird. Der Wert des Portfolios wird somit in beiden Fällen, unabhängig davon, ob der Aktienkurs steigt oder fällt, 90 Euro betragen. Nämlich 240*0,5-30.

Um nun den Wert des Portfolios zu dem Zeitpunkt t_0 zu bestimmen ist es notwendig den Barwert der 90 Euro zu berechnen, der sich durch Diskontieren des risikolosen Zinssatzes ergibt.

Gehen wir von einem risikolosen Zinssatz von 10% p.a. aus, so lautet der Barwert:

$$(S_0 u\Delta - f_u)e^{-r_f T}$$

90 $e^{-0.1} = 81,44$

Da man nun weiß, welchen Wert das Portfolio zu dem Zeitpunkt t_0 besitzt und man den Wert der Aktienposition zu dem Zeitpunkt kennt, ist es möglich den Wert der Option f bei t_0 zu bestimmen.

$$S_{0}\Delta - f = (S_{0}u\Delta - f_{u})e^{-r_{f}T}$$

$$200 * 0.5 - f = 90e^{-0.1}$$

$$f = 18,56$$
(2.2)

Durch Einsetzen von (2.1) in (2.2) ergibt sich die verkürzte Form:

$$f = e^{-r_f T} [pf_u + (1-p)f_d]$$
(2.3)

Mit

$$p = \frac{e^{r_f T} - d}{u - d} \tag{2.4}$$

Die Variable p wird als Wahrscheinlichkeit für eine Aufwärtsbewegung und (1-p) als Wahrscheinlichkeit einer Abwärtsbewegung eingesetzt. Der erwartete Aktienkurs $E(S_T)$ zu dem Zeitpunkt T ist somit gegeben durch:

$$E(S_T) = pS_0 u + (1-p)S_0 d$$
(2.5)

und wird nach Einsetzen von Gleichung (2.3) zu:

$$E(S_T) = S_0 e^{r_f T}$$

Aus der Gleichung lässt sich nun erkennen, dass der Aktienkurs durchschnittlich mit dem risikolosen Zinssatz wächst.⁶

2.1.2.1.2 Mehrperiodiges Binomialmodell

Das soeben beschriebene Verfahren zur Bestimmung des Optionspreises im einperiodigen Modell kann nun zu einem mehrperiodigen Modell erweitert werden. Zur Veranschaulichung wird ein zweiperiodiger Baum verwendet.

⁶ Hull, 2006, S.300ff.



Abbildung 4: Mehrperiodiges Binomialmodell

Um aus einem mehrperiodigen Binomialmodell nun auf den Optionswert f zu gelangen müssen folgende Schritte erfolgen:

Zu Beginn werden alle zukünftigen Aktienkurse an den Endknoten des Baumes, laut Abbildung 15 bestimmt. In unserem Beispiel betragen u = 1,1 und d = 0,9.

Wenn die Aktienkurse an allen Knoten berechnet wurden, werden die Optionswerte an den Endknoten bestimmt, um anschließend, wie oben im einperiodigen Modell gezeigt, durch Rückwärtsrechnen den Optionswert f zu erhalten. Für das Rückwärtsrechnen wird, wie in der Abbildung 5 gezeigt, der Baum in mehrere einperiodige Modelle aufgeteilt und anhand des oben erklärten Verfahrens die jeweiligen Optionswerte des linken Endknotens nacheinander berechnet.⁷

2.1.2.1.3 Binomialmodell für amerikanische Optionen

Amerikanische Optionen haben gegenüber Europäischen die Eigenschaft, dass Sie jederzeit vom Besitzer ausgeübt werden können. Bei der Optionspreisbestimmung amerikanischer Aktien führt diese Eigenschaft zu einer Modifikation bei der Bestimmung des Optionspreises durch das

⁷ Hull, 2006, S.306ff.

Binomialmodell. Die Vorgehensweise bei der Bestimmung der Aktienkurse ist identisch mit der bei der Europäischen. Der Unterschied liegt in der Bestimmung der Optionswerte an den verschiedenen Knotenpunkten. Hier wird beim Rückwärtsgehen des Baumes an jedem Knoten überprüft, ob eine vorzeitige Ausübung profitabel ist. Diese Überprüfung findet bis auf die Endpunkte an jedem Knotenpunkt statt. Der Wert der einzelnen überprüften Knotenpunkte ergibt sich aus dem Maximum aus dem durch Gleichung 2.3 resultierenden Wert und der Auszahlung aus der vorzeitigen Ausübung, wie sie auch in den Endwerten berechnet werden.

Das folgende Beispiel verdeutlicht das soeben beschriebene Verfahren.



Abbildung 5: Mehrperiodiges Binomialmodell einer amerikanischen Put-Option

Aus der obigen Abbildung 16 geht der Unterschied der Bewertung einer europäischen und einer amerikanischen Option hervor.

Der rot eingetragene Wert wäre der nach Gleichung 2.3 ermittelte Optionspreis für eine europäische Option. Hier wählt man jedoch den höchstmöglichen Gewinn bei vorzeitiger Ausübung, der 30 Euro entsprechen würde (=210-180).

Da man, wie oben beschrieben, bei einer amerikanischen Option jederzeit das Recht der Ausübung hat, würde man in diesem Fall davon Gebrauch machen.

2.1.2.1.4 Anpassung der Auf- und Abwärtsraten an die Volatilität

Im nächsten Schritt wird erklärt, wie man die relative Aufwärts- bzw. Abwärtsrate u und d an die Volatilität einer Aktie anpasst. Die Volatilität ist in diesem Falle ein gutes Maß. Als Erstes wird die Tatsache ausgenutzt, dass die Varianz einer Variablen X wie folgt definiert ist:

$$\sigma^{2} = E(X^{2}) - [E(X)]^{2}$$
(2.6)

Übertragen auf unser Problem ist X der Aktienkurs zu dem Zeitpunkt T. Durch Angleichung der Parameter des Baumes an die Volatilität des Aktienkurses folgt:

$$\sigma^{2}\Delta t = pu^{2} + (1-p)d^{2} - [pu + (1-p)d]^{2}$$
(2.7)

Durch Einsetzen von Gleichung (2.4) in Gleichung (2.7) erhalten wir schließlich die gesuchten Größen u und d:

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}$$
$$d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}$$

Die gerade ermittelten Werte u und d gehen zurück auf Cox, Ross und Rubinstein, die ein Binomialmodell entwickelt haben, das dazu dienen sollte, einen einfacheren Zugang zur Black-Scholes-Theorie zu ermöglichen.⁸

2.1.2.2 Black-Scholes-Modell

Das Black–Scholes-Modell wurde in den 1970er Jahren von Fischer Black, Myron Scholes entwickelt und dient in erster Linie zur Bewertung von Optionen. Für europäische Optionen ist das Black-Scholes-Modell das gängige Verfahren den Optionspreis analytisch zu bestimmen. Es geht im Gegensatz zu dem Binomialmodell vom stetigen Fall aus. Bei dem Binomialmodell handelt es sich um ein diskretes Verfahren. Das Black-Scholes-Modell geht von einem kontinuierlichen Aktienhandel, also von infinitesimal kleinen Zeitschritten zwischen zwei aufeinanderfolgenden Aktienkursen aus. Das folgende Kapitel zeigt die Anwendung der Black-

⁸ Hull, 2006, S.310ff.

Scholes-Gleichung anhand europäischer Kauf- und Verkaufsoptionen. Aus Einfachheitsgründen wird hier auf die Herleitung der Black-Scholes-Gleichung verzichtet. Bei Interesse an der Herleitung verweise ich auf das Buch von Herrn Prof. Dr. Wilfried Hausmann, das sich unter den Büchern im Literaturverzeichnis befindet.

2.1.2.2.1 Bewertung von Kaufoptionen (Calls)

Die Black-Scholes-Gleichung für die Bestimmung von Call-Optionspreisen lautet:

$$C = S_0 \cdot N(d_1) - K \cdot e^{-r_f \cdot t} N(d_2)$$
(2.8)

mit

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + (r_f + 0.5 \cdot \sigma^2) \cdot t}{\sigma \sqrt{t}}$$
(2.9)

und

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + (r_f - 0.5 \cdot \sigma^2) \cdot t}{\sigma \sqrt{t}}, \qquad d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{t}$$
(2.10)

- C Optionspreis (Call)
- S Aktienkurs
- K Basispreis
- r_f risikoloser Zinssatz p.a. (stetige Verzinsung)
- N(d_i) Flächeninhalt unter der Dichtefunktion der Standard-normal-Verteilung
- σ Erwartete Volatilität des Aktienkurses p.a.
- T Restlaufzeit der Option in Jahren
- t Zeit

Betrachtet man die BS-Formel genauer, so ist zu erkennen, dass sich der Preis der Option grundsätzlich aus der Differenz zwischen dem Aktienkurs und dem Barwert des Ausübungspreises ergibt. Beide Komponenten werden jedoch mit $N(d_i)$ gewichtet. $N(d_1)$ ist zu interpretieren als die Menge der zu kaufenden Aktien pro Call im Arbitrageportfolio. Dem gegenüber kann $N(d_2)$ beschrieben werden als risikoneutrale Wahrscheinlichkeit, dass der Call am Ende der Laufzeit einen inneren Wert größer als Null besitzt und somit ausgeübt wird.

2.1.2.2.2 Bewertung von Verkaufsoptionen (Puts)

Die Formel für die Bewertung von europäischen Optionen gleicht, der eines Calls und lautet:

$$P = K \cdot e^{-r_f \cdot t} N(d_2) - S_0 \cdot N(d_1)$$
(2.11)

Mit

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{K}{S}\right) - (r_f + 0.5 \cdot \sigma^2) \cdot t}{\sigma \sqrt{t}}$$
(2.12)

und

$$d_{2} = \frac{\ln\left(\frac{K}{S}\right) - (r_{f} - 0.5 \cdot \sigma^{2}) \cdot t}{\sigma \sqrt{t}}, \qquad d_{2} = d_{1} + \sigma \sqrt{t}$$
(2.13)

 $P = Optionspreis (Put)^9$

2.1.3 Sensitivitätskennzahlen der Optionen¹⁰

Um die Sensitivität zu beobachten, in der sich der Optionspreis bei Veränderung eines Einflussfaktors und Konstanz der anderen verhält,

⁹ Vgl. Steiner/Bruns, 2007, S.344ff. und Hausmann, 2002, S.181ff.

¹⁰ Steiner/Bruns, 2007, S.355ff.

bedient man sich oft den Sensitivitätskennzahlen. Diese Kennzahlen werden auch als "Greeks" bezeichnet, da jede Kennzahl einem griechischen Buchstaben entspricht.

Zu jedem oben angesprochenen Einflussfaktor existiert jeweils eine Kennzahl. In den folgenden Unterkapiteln werden alle Kennzahlen in alphabetischer Reihenfolge dargestellt.

Den Grafiken wurde eine Option auf einen Basiswert mit folgenden Beispieleigenschaften zugrunde gelegt:

Basispreis:	100
Volatilität:	20% p.a.
Risikoloser Zinssatz:	7,25% p.a.
Restlaufzeit:	0,75 Jahre entsprechen neun Monaten

2.1.3.1 Delta

Das Verhältnis des Optionspreises zum Preis des Basiswertes wird als Delta ausgedrückt. Hat z. B. eine Option ein Delta von 0,5, so steigt der Optionskurs um 0,5 Euro bei einem Anstieg des Basiswertes von 1 Euro. Der Wertebereich eines Calls liegt zwischen null und eins, der eines Puts zwischen minus eins und null.

Der Delta-Wert ergibt sich aus der ersten Ableitung der Black-Scholes-Formel, die in der Optionspreistheorie eine wichtige Rolle spielt.

Für die Bestimmung des Deltas einer Kaufoption wird folgende Formel benutzt:

$$Delta(C) = \frac{\partial C}{\partial S} = N(d_1)$$

Für die Bestimmung des Deltas einer Verkaufsoption findet hingegen nachstehende Formel ihre Anwendung:

$$Delta(P) = \frac{\partial P}{\partial S} = N(d_1) - 1 = -N(d_1)$$

Nachfolgend ist ein Diagramm gezeigt, das den grafischen Verlauf der Delta-Werte darstellt, in Abhängigkeit von dem Kurs des Basiswertes und deren Volatilität.



Abbildung 6: Verlauf des Deltas einer Call-Option¹¹

Aus der Abbildung wird ersichtlich, dass sich die Delta-Werte "am Geld" (at-the-money) am schnellsten verändern. Nahe eins beziehungsweise null liegen die Werte im Bereich von "tief im Geld" (deep-in-the-money)beziehungsweise "tief aus dem Geld" (deep-out-of-the-money)- liegenden Calls. Das Optionsdelta hängt nicht alleine vom Aktienkurs ab. In der Abbildung wurde der Delta-Verlauf eines Calls bei alternativen Volatilitäten des Aktienkurses dargestellt, da die Volatilität nach dem Aktienkurs der Faktor ist, der den größten Einfluss auf den Optionspreis nimmt.

Für eine Put-Option entsteht ein ähnliches Bild, welches allerdings negative Delta-Werte besitzt.

¹¹ Quelle: Steiner/Bruns, 2007, S.356



Abbildung 7: Verlauf des Deltas einer Put-Option¹²

2.1.3.2 Gamma

Der Gamma-Wert drückt die Sensitivität des Options-Deltas bezüglich der Aktienkursveränderung aus. Aus mathematischer Sicht ergibt sich das Optionsgamma aus der zweiten Ableitung der Black-Scholes-Gleichung nach dem Aktienkurs. Aus diesem Grund kann das Optionsgamma auch als Delta des Optionsdeltas interpretiert werden.

Die Formel zur Berechnung des Gamma-Wertes lautet:

$$Gamma(C) = Gamma(P) = \frac{\partial Delta(C)}{\partial S} = \frac{\partial Delta(P)}{\partial S}$$

In der nachfolgenden Abbildung ist die Funktion des Options-Gamma in Abhängigkeit des Basiswertkurses und der Restlaufzeit gezeigt. Es ist deutlich zu erkennen, dass der Gamma-Wert "am Geld" am höchsten ist und bei Verringerung der Laufzeit sein Extremum findet.

¹² Quelle: Steiner/Bruns, 2007, S.357



Abbildung 8: Verlauf des Gammas einer Call- bzw. Put-Option¹³

Das Gamma wird oft auch für Hedgingstrategien verwendet.

2.1.3.3 Omega

Omega ist das Maß für die Preiselastizität und Hebelwirkung einer Option. Inhaltlich misst das Omega durch die Berücksichtigung des Deltas die tatsächliche Hebelleistung der Option. Diese ergibt sich aus dem Wertänderungsverhältnis zwischen Option und Aktie. Aus mathematischer Sicht wird bei der Berechnung des Omegas das Delta mit dem Hebel multipliziert, welcher dem Quotient aus Strike und Optionspreis entspricht. Die Formel zur Berechnung des Omegas für eine Kaufoption lautet:

$$Omega(C) = N(d_1) \cdot \frac{S}{C}$$

Zur Berechnung des Omegas einer Verkaufsoption wird folgende Formel verwendet:

$$Omega(P) = (N(d_1) - 1) \cdot \frac{S}{P}$$

¹³ Quelle: Steiner/Bruns, 2007, S.358

In den zwei folgenden Grafiken sind die Omega-Werte einer Call- und Put-Option zu sehen. Die Omega-Werte sind im Verhältnis zu dem Aktienkurs und der Volatilität dargestellt. Sowohl bei der Call-Option, als auch bei der Put-Option ist zu erkennen, dass ein Anstieg der Volatilität zu einem Abflachen der Oberfläche führt und vice versa.



Abbildung 9: Verlauf des Omegas einer Call-Option¹⁴





 ¹⁴ Quelle: Steiner/Bruns, 2007, S.359
 ¹⁵ Quelle: Steiner/Bruns, 2007, S.360

2.1.3.4 Rho

Rho kennzeichnet die Veränderungsrate des Optionskurses bei Veränderung des risikolosen Zinssatzes. Mathematisch erhält man das Rho durch partielle Ableitung der Black-Scholes-Formel nach dem risikolosen Zinssatz r_f . Im Folgenden sind die Formeln zur Berechnung des Rho zu finden:

$$Rho(C) = \frac{\partial C}{\partial r_f} = t \cdot K \cdot e^{-r_f \cdot t} \cdot N(d_2)$$

und

$$Rho(P) = \frac{\partial P}{\partial r_f} = -t \cdot K \cdot e^{-r_f \cdot t} \cdot N(-d_2)$$

Die Betrachtung der Kennzahl Rho macht bei hoher Restlaufzeit und "im Geld"- liegenden Optionen Sinn, da dort die Auswirkungen auf den Optionspreis am höchsten sind. Die folgenden zwei Abbildungen zeigen ein Call- und Put-Rho in Abhängigkeit des Aktienkurses und der Optionsrestlaufzeit.





¹⁶ Quelle: Steiner/Bruns, 2007, S.361



Abbildung 12: Verlauf des Rhos einer Put-Option¹⁷

2.1.3.5 Theta

Die Kennzahl Theta erfasst den Zeitwertverfall einer Option. Sie beschreibt die Veränderung des Optionspreises in Abhängigkeit von der Veränderung der Restlaufzeit. Mathematisch stellt das Theta die mit -1 multiplizierte, partielle Ableitung der Optionspreisformel nach Black-Scholes nach der Restlaufzeit dar. Nachfolgend sind die abgeleiteten Black-Scholes-Formeln angegeben:

$$Theta(C) = -\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{-S \cdot N'(d_1) \cdot \sigma}{2\sqrt{t}} - K \cdot r_f \cdot e^{-r_f \cdot t} \cdot N(d_2)$$

und

$$Theta(P) = -\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{-S \cdot N'(d_1) \cdot \sigma}{2\sqrt{t}} + K \cdot r_f \cdot e^{-r_f \cdot \varepsilon} \cdot N(-d_2)$$

¹⁷ Quelle: Steiner/Bruns, 2007, S.362

Je mehr sich der Optionskurs dem Laufzeitende nähert, umso weniger besteht dieser aus Zeitwert. Der Zeitwertverfall ist daher bei Konstanz der anderen Faktoren gegen Ende der Laufzeit stärker als am Anfang.

Wie aus der unten aufgeführten Grafik ersichtlich wird, sind Calls, die "aus dem Geld" notieren, nicht von der Restlaufzeitverringerung betroffen. Den stärksten Zeitwertverfall besitzen Optionen am Ende der Laufzeit, die sich "am Geld" befinden.



Abbildung 13: Verlauf des Thetas einer Call-Option¹⁸



Abbildung 14: Verlauf des Thetas einer Put-Option¹⁹

¹⁸ Quelle: Steiner/Bruns, 2007, S.363

2.1.3.6 Vega

Vega misst die Wirkung der Volatilitätsveränderung auf den Optionspreis. Es ist ein wichtiger Indikator, da die Volatilität neben dem Kurs des Basiswertes für "am Geld"-liegende Optionen den größten Einfluss besitzt. Somit gibt Vega an, um welchen Betrag sich der theoretische Wert einer Option bei Konstanz aller weiteren Bewertungsparameter verändert, wenn die Volatilität des Basiswerts um eine Einheit steigt bzw. fällt. Für das Callund Put-Vega gilt nach Black-Scholes:

$$Vega(C) = \frac{\partial C}{\partial \sigma} = S \cdot \sqrt{t} \cdot N'(d_1)$$

und

$$Vega(P) = \frac{\partial P}{\partial \sigma} = S \cdot \sqrt{t} \cdot N'(d_1)$$

Das Options-Vega nimmt die größten Werte bei "am Geld"-liegenden Optionen mit hoher Laufzeit an. Aus der Grafik ist außerdem zu erkennen, dass die Auswirkungen der Volatilität auf den Optionspreis bei Verringerung der Laufzeit immer mehr abnehmen.



Abbildung 15: Verlauf des Vegas einer Call- bzw. Put-Option²⁰

¹⁹ Quelle: Steiner/Bruns, 2007, S.364

²⁰ Quelle: Steiner/Bruns, 2007, S.365

2.2 Zertifikate²¹

2.2.1 Grundlagen

Zertifikate, die zur Kategorie der Derivate und den strukturierten Finanzprodukten gehören, werden als Inhaberschuldverschreibungen (Anleihen) von Emittenten an den Anleger weitergegeben. Als Emittenten treten in der Regel Banken in den Vordergrund. Diese Zweitverbriefung des Basiswertes weist einen Rückzahlungsbetrag auf, der nach bestimmten Modalitäten von der Kursentwicklung des Basiswertes abhängig ist. Als Basiswerte fungieren beispielsweise Indizes, Aktienkörbe, einzelne Aktien, Währungen, Rohstoffe usw.

Im Allgemeinen sind Zertifikate über die Börse handelbar und besitzen eine begrenzte oder unbegrenzte Laufzeit. Der Wert eines Zertifikates ist jederzeit berechenbar. Durch die Vielzahl an möglichen Strukturen, die durch Zertifikate abgebildet werden können, wird versucht Anlagemöglichkeiten für jeden Börsenverlauf zu konstruieren. Oftmals besitzen Zertifikate eine bessere Chance/Risiko-Struktur als übliche Finanzinstrumente.

Der wohl bekannteste Zertifikatetyp ist das Index-Zertifikat. Bei einem Index-Zertifikat hat der Anleger die Möglichkeit, den emittierten Partizipationsschein des Emittenten zu erwerben. Ein Index-Zertifikat stellt nur einen Bruchteil eines Index dar. Der Teilungsfaktor ist in den meisten Fällen 1:100, sodass das Index-Zertifikat auf einen Index, der einen Stand von 5000 aufweist, lediglich 5000/100 = 50 Euro kosten würde.

2.2.2 Discount-Zertifikate

Die Discount-Zertifikate gehören der Kategorie "Zertifikate mit Risikopuffer" an. Dies hängt damit zusammen, dass sie, im Gegensatz zum Direktinvestment, in den Basiswerten einen risikolosen Bereich besitzen. Allerdings sind dadurch die Gewinnchancen begrenzt. Durch den Risikopuffer entsteht so ein verbessertes Chancen/Risiko-Profil gegenüber einem Direktinvestment, was diese Zertifikate so lukrativ macht.

²¹ Vgl. Schmidt, 2008, S.139-152

Die Konstruktion eines Discount-Zertifikates stellt sich wie folgt dar:

- 1. Kauf des Basiswertes
- 2. Verkauf einer Call-Option (Short Call)

In der Optionswelt wird dieser Konstruktionstyp auch als "Covered Call" bezeichnet, da das Optionsgeschäft durch den Besitz des Basiswertes gedeckt ist. Der festgelegte Strike des Calls ist dann zugleich der Cap des Discount-Zertifikates. Die folgende Abbildung zeigt die Konstruktion eines Discount-Zertifikates.



Abbildung 16: Auszahlungsprofil eines Discount Zertifikates²²

Am Laufzeitende des Zertifikates ergeben sich folgende mögliche Szenarien:

1. Der Basiswertkurs notiert auf oder über dem Cap

Der Anleger erhält nur den Cap als Auszahlungsbetrag. Im Falle, dass der Basiswert über dem Cap notiert, entstünde dem Anleger ein Opportunitätsverlust, da sich dann das Direktinvestment eher lohnen würde.

²² Quelle: Schmidt, 2008

2. Basiswert liegt zwischen dem Kaufpreis des Zertifikates und dem Cap

Hier erzielt der Anleger noch eine positive Rendite und kann nach Wunsch den Basiswert halten, sofern er von Kursanstiegen ausgeht.

3. Basiswert notiert unter dem Kaufpreis des Zertifikates

In diesem Fall erzielt der Anleger einen Verlust, da der Kurs des Basiswertes unter dem des Zertifikates liegt. Der Verlust ist jedoch durch den rabattierten Einstieg geringer, als wenn der Anleger allein den Basiswert kauft. Durch Erhalten des Basiswerts besteht nun die Möglichkeit, die Aktie zu halten, um auf eine künftig positive Performance zu hoffen.

Discount-Zertifikate sind durch Ihre Struktur in stagnierenden und leicht fallenden Märkten lukrativ, da sie dort positive Renditen erzielen.

Ein weiterer positiver Effekt für die Performance von Discount-Zertifikaten sinkende Volatilität. Besitzt der Basiswert eine ist hohe eine Schwankungsbreite, so fällt der Discount umso größer aus. Es kann deshalb ratsam sein, Discount-Zertifikate zu kaufen, wenn ein Basiswert größere Kursrückgänge erleidet und sich dann wieder fängt, da durch das Sinken der Volatilität das Zertifikat an Wert gewinnt. Zu erwähnen ist natürlich auch, dass eine überdurchschnittliche Performance des Basisinvestments dazu führen kann, dass Gewinne entgehen. Dies hängt damit zusammen, dass von Kursgewinnen, die über den Cap hinausgehen, kein Profit ausgeht.

Der Investor verpasst also Kursgewinne über dem Outperformance-Punkt, besitzt allerdings während der Laufzeit den Risikopuffer und die Chance auf attraktive Renditen im stagnierenden und leicht fallenden Marktumfeld. Nachfolgend ist das Investmentprofil eines Discount-Zertifikates abgebildet:

Erwartung z	um Basiswert:	
aufwärts	seitwärts	abwärts
Risikostruktı	ur:	
konservativ		spekulativ
Zeithorizont	:	
langfristig	mittelfristig	kurzfristig

Abbildung 17: Investmentprofil eines Discount-Zertifikates²³

²³ Quelle: Schmidt, 2008

2.2.2.1 Kennzahlen eines Discount-Zertifikates

2.2.2.1.1 Maximale Rendite p.a. in %

Die maximale Rendite eines Discount-Zertifikates entspricht dem maximalen Gewinn, den das Zertifikat erzielen kann, umgerechnet auf jährliche Basis. Sie gibt somit exemplarisch die Rendite an, die pro Jahr erzielt werden würde, wenn ein Investment unter den optimalen Auszahlungsbedingungen des Zertifikates für ein Jahr getätigt werden würde.

$$MR = \left(\frac{Cap}{Kaufpreis _Zertifikat}\right) \cdot \left(\frac{1}{\text{Re stlaufzeit _in _Jahren}}\right) - 1$$

2.2.2.1.2 Discount in %

Der Discount gibt an, um wie viel Prozent man den Basiswert durch den Kauf des Discount-Zertifikates günstiger als bei einem Direktinvestment erhält.

$$D = \left(\frac{Basiskurs - Kaufpreis _Zertifikat}{Basiskurs}\right)$$

2.2.2.1.3 Cap-Abstand in %

Der Cap-Abstand in % drückt aus, um wie viel Prozent der Basiswert steigen muss beziehungsweise fallen darf, damit er am Laufzeitende genau am Cap notiert und der maximale Ertrag aus dem Discount-Zertifikat vereinnahmt wird. Durch diese Kennzahl wird es ermöglicht einzuschätzen, ob die Performance-Erwartungen im Basiswert mit der Ausstattung des jeweiligen Discount-Zertifikates zusammenspielen.
$$CA = \left(\frac{Cap - Basiskurs}{Basiskurs}\right)$$

2.2.2.1.4 Outperformance-Punkt

Diese Kennziffer gibt an, ab welchem Kursniveau ein Direktinvestment per Laufzeitende eine höhere Rendite als das Discount-Papier erbringt. So kann entschieden werden, ob der Discounter oder die Aktie erworben werden sollte.

$$OP = \left(\frac{Cap}{Kaufpreis_zertifikat}\right) \cdot Basiskurs$$

3 Simulationen

3.1 Beta-Fondssimulation

Die Beta-Fondssimulation dient der Visualisierung der Veränderung des Fondsvolumens bei Marktveränderungen. Die Simulation basiert auf dem Beta-Faktor, welcher zunächst erläutert wird, bevor anschließend auf das Gesamtverfahren eingegangen wird.

Der Beta-Faktor gibt an, mit welchem Vielfachen sich eine Anlage gegenüber dem Markt verändert. Anders ausgedrückt deutet er auf die Sensitivität hin, die die Rendite eines Einzelwertes gegenüber einer Renditeveränderung eines Marktindexes aufweist. Ein Beta-Faktor von beispielsweise 1,5 bedeutet somit, dass sich eine Anlage um das 1,5-fache gegenüber dem Markt verändert.

Die Formel zur Bestimmung des Beta-Faktor β_i des Wertpapiers i lautet:

$$\beta_i = \frac{Cov(R_{ir}R_M)}{Var(R_M)} = \frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M^2}$$

- β_t : Beta-Faktor des Wertpapiers i
- $\sigma_{\!i\!M}\!\!:$ Kovarianz zwischen den Renditen des Wertpapiers i und denen des Marktes
- σ_{M}^{2} : Varianz der Renditen des Marktes

Der Beta-Faktor wird also berechnet durch Division der Kovarianzen zwischen den Renditen des Wertpapiers i und denen des Marktes, geteilt durch die Varianz der Renditen des Marktes.²⁴

Bei der Beta-Fondssimulation werden zunächst die Beta-Faktoren zu allen Anlagen berechnet, wobei bei derivativen Positionen die Beta-Faktoren der Basiswerte bestimmt werden. Im Anschluss werden je nach gewünschtem Ergebnis, durch Vorgabe einer Marktveränderung, alle Positionen neu bewertet und das neue Fondsvolumen bestimmt. Bei der Neubewertung werden die Kurse der Einzelwerte, beziehungsweise bei Derivaten die Kurse der Basiswerte, anhand des Beta-Faktors neu bestimmt, um

²⁴ Poddig, 2003, S.

anschließend mit den neu bestimmten Kursen die aktuellen Positionswerte zu berechnen. Bei derivativen Positionen im Fonds werden die neuen Positionswerte mit Bewertungsverfahren, wie sie im Kapitel 2.2.2 vorgestellt wurden, neu berechnet.

Die Formel zur Berechnung der neuen Kurse lautet:

 $S_{MV} = S \cdot (1 + \beta \cdot MV)$

- S_{MV} Aktienkurs nach Marktveränderung
- *s* Aktueller Aktienkurs
- Beta-Faktor
- MV Marktveränderungsrate

Bei Aggregation aller Positionen entsteht dann ein neues Fondsvolumen. Dieses kann dann mit dem ursprünglichen Fondsvolumen in ein Verhältnis gesetzt werden, um eine Aussage über die Risikoeigenschaften des Fonds zu treffen.

Wird sich beispielsweise bei einer simulierten Marktveränderung von 5% das Fondsvolumen um 10% verändern, so deutet dies auf einen eher risikoreichen Fonds hin.

3.2 Value-at-Risk-Simulation²⁵

Bei dem Value at Risk handelt es sich um den Wertverlust einer Anlageposition, der mit einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit 1 - α innerhalb eines bestimmten Zeitraums nicht überschritten wird.

3.2.1 Varianz-Kovarianz-Methode

Die Varianz-Kovarianz-Methode spielt bei der Berechnung des Value at Risks (VaR) eines Portfolios eine wichtige Rolle. Dem Varianz-Kovarianz-Modell liegt die Normalverteilung zugrunde. Der Value at Risk ist der maximale Verlust, der mit vorgegebenen Konfidenzniveau innerhalb einer

²⁵ Vgl. Hager, S.1ff.

festgelegten Periode nicht überschritten wird. Für diesen Ansatz gibt es zwei bekannte Methoden, die zur Value at Risk Bestimmung verwendet werden. Die Verfahren lauten Delta-Normal-Ansatz und Delta-Gamma-Ansatz.

Die Berechnung des Value at Risk wird zunächst anhand eines Ein-Asset-Falls erklärt und anschließend auf einen Mult-Asset-Fall erweitert.

Bei dem Fall einer einzigen Anlage lautet die Berechnung des Value at Risk wie folgt:

$$VaR_{1} = S \cdot \sigma \cdot \sqrt{t} \cdot \Phi \tag{3.1}$$

- S = Wert der Anlage (Kurs Anlage*Anzahl Anlagen im Portfolio)
- σ = Volatilität der Anlage (Standardabweichung)
- Φ = Konfidenzniveau

In den meisten Fällen will man jedoch das Value at Risk eines kompletten Portfolios bestimmen. Bei einem Portfolio, das aus mehreren Vermögenspositionen besteht, reicht eine Addition aller Value at Risks der einzelnen Positionen nicht aus, da unter diesen Umständen die häufig vorhandenen Diversifikationseffekte außer Acht gelassen werden.

Um den Diversifikationseffekt mit in die Berechnung einfließen zu lassen, benötigt man zusätzlich den Korrelationskoeffizienten zwischen den einzelnen Anlagen. An einem Beispiel, in dem wir ein Portfolio aus zwei Vermögenspositionen betrachten, wird nachfolgend die Problematik der Diversifikation gezeigt.

Zunächst die Formel zur Berechnung des Value at Risk im Zwei-Anlagen-Fall unter Berücksichtigung der Korrelation:

$$VaR_{PO} = \sqrt{VaR_{1}^{2} + VaR_{2}^{2} + 2 \cdot VaR_{1} \cdot VaR_{2} \cdot \rho_{1,2}}$$
(3.2)

$\rho_{1,2}$ = Korrelationskoeffizient zwischen Anlage 1 und 2

Das Portfolio soll sich gliedern in 10 Millionen Euro angelegt in Softmicro-Aktien und 5 Millionen Euro angelegt in Komtele-Aktien. Für die Volatilität p.a. der Softmicro-Aktie werden 32%, für die der Komtele-Aktie 16% angenommen. Das Konfidenzniveau des Value at Risk soll 99% betragen. Setzen wir nun die Angaben in die Gleichung (3.1) ein, so erhalten wir:

$$VaR_{Softmicro} = 10.000.000 \cdot 0.2 \cdot \sqrt{\frac{1}{250}} \cdot 2.33$$
$$VaR_{Softmicro} = 471.558,84$$
$$VaR_{Komtele} = 5.000.000 \cdot 0.16 \cdot \sqrt{\frac{1}{250}} \cdot 2.33$$
$$VaR_{Komtele} = 117.889,71$$

Wird nun eine einfache Addition der einzelnen Value at Risks vorgenommen, so erhält man ein Value at Risk auf Portfolioebene von 589.448,55 Euro bei einem Konfidenzniveau von 95%. Wenn die zwei Aktien eine Korrelation von 0,3 zueinander hätten, so würde sich laut Gleichung (3.2) Folgendes ergeben:

$$VaR_{PO} = \sqrt{471.558,84^2 + 117.889,71^2 + 2.471.558,84.117.889,71.0,3}$$
$$VaR_{PO} = 519.250,31$$

Wie zu erkennen ist, ergibt sich nun ein geringeres Value at Risk. In diesem soeben berechneten ist nun die Korrelation zwischen den beiden Aktien berücksichtigt worden, die bei einem Value at Risk eines Tages eine Differenz von 70.198,24 ausmacht.

Erweitern wir nun das beschriebene Verfahren zur Berechnung des Value at Risk nach der Varianz-Kovarianz-Methode auf den Fall mit mehr als zwei Anlagen, so lässt sich Gleichung (3.2) in folgende allgemeine Form bringen:

$$VaR_{PO} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \sigma_i^2 + 2 \cdot \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{i-1} x_i x_j \sigma_{i,j}} \cdot z$$

$$VaR_{PO} = \sqrt{\begin{bmatrix} x_1, x_2, ..., x_n \end{bmatrix}} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_i^2 & \operatorname{cov}_{1,2} & \dots & \dots & \operatorname{cov}_{1,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \operatorname{cov}_{n,1} & \operatorname{cov}_{n,2} & \dots & \dots & \sigma_n^2 \end{bmatrix}} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}} \cdot z$$

$$VaR_{PO} = \sqrt{X^T \cdot \operatorname{cov}} \cdot X \cdot z$$

- x_i = Gewichtung der i-ten Anlage im Portfolio
- z = Wert der Normalverteilung bei gewünschtem Konfidenzniveau

Wie oben bereits erwähnt, existiert das Varianz-Kovarianz-Modell in zwei Varianten. Der Delta-Normal-Ansatz ist geeignet für Portfolios mit überwiegend symmetrischen Finanzinstrumenten. Symmetrische Anlagen reagieren linear auf Veränderungen der Risikofaktoren. Hierzu zählen beispielsweise Aktien. Unsymmetrische Finanzinstrumente sind hingegen beispielsweise Optionen, da sich hierbei ein Kursanstieg des Basiswerts nicht proportional auf den Kursanstieg der Option auswirkt. Für Portfolios mit überwiegend unsymmetrischen Anlagen bedient man sich eher der Delta-Gamma-Methode, die ebenfalls Bestandteil dieses Kapitels ist.

3.2.1.1 Delta-Normal-Ansatz

Anhand eines Beispiels soll nun gezeigt werden, wie symmetrische und asymmetrische Finanzinstrumente bei dem Delta-Normal-Ansatz berücksichtigt werden.

Ein Portfolio bestehe aus einer Aktie und einer Long-Call-Option auf eine weitere Aktie des gleichen Emittenten. Der Aktienkurs liegt aktuell bei 95 Euro und die Long-Call-Position besitzt einen Strike von 95 Euro und bildet somit eine Option "am Geld". Steigt die Aktie nun auf 100 Euro, steigt gleichzeitig auch der Marktwert der Option. Aufgrund der Tatsache, dass es sich bei Optionen nicht um symmetrische Anlagen handelt, steigt deren Marktwert daher nicht linear an.

Um die Abhängigkeit des Marktwerts der Option gegenüber dem Aktienkurs zu beschreiben, wird das Optionsdelta verwendet. Auf die Berechnung des Optionsdeltas wird in Kapitel 2.2.3.1 eingegangen.

Um nun das Value at Risk des Portfolios zu berechnen, müssen zunächst das Value at Risk der Aktienposition und anschließend das Value at Risk der Option bestimmt werden. Als Tagesvolatilität der Aktie wird der Wert 1,5% angenommen und für den der Option der Wert 1%. Der Value at Risk aus der Aktienposition mit einem Konfidenzniveau von 95% errechnet sich wie folgt:

$$VaR_{Aktie} = 95 \cdot 0,015 \cdot \sqrt{1} \cdot 1,65$$
$$VaR_{Aktie} = 2,35$$

Bei der Berechnung des Value at Risk der Option muss das Optionsdelta berücksichtigt werden. Für dieses Beispiel möge $\Delta = 0,8113$ sein. Die Berücksichtigung des Δ bei der Value-at-Risk-Berechnung ist notwendig, da bei einem Kursverlust der Aktie von z. B. 10 Euro die Option nur einen Wertverlust von $\Delta \cdot 10$ Euro erleiden würde. In diesem Beispiel beträgt der Optionswert 7,80 Euro. Das Value at Risk berechnet sich dann wie folgt:

 $VaR_{Call} = Optionspreis \cdot Menge \cdot \Delta \cdot \Phi \cdot Volatilität$ $VaR_{Call} = 7,80 \cdot 1 \cdot 0,8113 \cdot 1,65 \cdot 0,01$ $VaR_{Call} = 0,1044$

Bei der Ermittlung des Value at Risk für eine Option kann es allerdings zu Fehleinschätzungen kommen, da sich, wie aus Abbildung 19 ersichtlich wird, das Delta je nach Aktienkurs nicht proportional verändert. Die ständige Veränderung des Δ ist in diesem Zusammenhang auf die permanent schwankenden Aktienkurse zurückzuführen. In Abbildung 19 wird diese Veränderung visualisiert.



Abbildung 18: Verdeutlichung der Veränderung des Deltas²⁶

Aus der ständigen Veränderung des Δ entstehen Fehler bei der Value-at-Risk-Berechnung mit der Delta-Normal-Variante des Varianz-Kovarianz-Modells. Bei Portfolios mit einer großen Anzahl an derivativen Positionen sollte man deshalb eher den Delta-Gamma-Ansatz zur Value-at-Risk-Bestimmung verwenden, welcher im folgenden Unterkapitel beschrieben wird.

²⁶ Quelle: Hager, S.7

3.2.1.2 Delta-Gamma-Ansatz

Die zweite Methode des Varianz-Kovarianz-Modells bildet der Delta-Gamma-Ansatz. Bei diesem wird die Veränderung des Optionsdeltas durch die zusätzliche Kennzahl Gamma ergänzt. Das Optionsgamma gibt die Veränderungsrate des Optionsdeltas an und kann somit als Delta des Optionsdeltas verstanden werden. Die Berechnung, unter Verwendung der Black-Scholes-Gleichung, wird im Kapitel 2.2.3.2 erklärt.

Die allgemeine Darstellung der Delta-Gamma-Methode in Form einer Taylor-Approximation wird in der folgenden Gleichung aufgeführt.

$$VaR_{Call} = Optionspreis \cdot Menge \cdot |\Delta| \cdot \Phi \cdot \sigma - \frac{1}{2} \cdot \Gamma \cdot (\Phi \cdot \sigma \cdot Optionspreis)^2$$
(3.3)

Γ Gamma-Wert

Berechnet man nun das Value at Risk für unser obiges Beispiel und unterstellt für die Optionsposition ein Gamma von 0,0336, so ergibt sich laut Gleichung (3.3) ein Value at Risk für die Option in Höhe von:

$$VaR_{Call} = 7,80 \cdot 1 \cdot 0,8113 \cdot 1,65 \cdot 0,01 - \frac{1}{2} \cdot 0,0336 \cdot (1,65 \cdot 0,01 \cdot 7,80)^{2}$$
$$VaR_{Call} = 0,1041$$

Wie ersichtlich ist, fällt das Value at Risk unter Verwendung der Delta-Gamma-Methode um 0,0003 geringer aus als bei Anwendung der Delta-Normal-Methode. Dieses hängt damit zusammen, dass durch das Optionsgamma der konvexe Verlauf der Optionspreiskurve besser approximiert wird als bei Verwendung der Delta-Normal-Methode.

3.2.2 Monte-Carlo-Simulation

Ihren Namensursprung findet die Monte-Carlo-Simulation in dem gleichnamigen Stadtteil Monacos. Dieser ist bekannt für seine Vielzahl an Spielbanken, die wiederum oft mit dem Zufallsbegriff in Verbindung gebracht werden. In der Finanzwirtschaft gewinnt die Monte-Carlo-Simulation immer mehr an Bedeutung. Lassen sich Fragestellungen nicht auf analytischem Wege lösen, kann durch geschicktes Anwenden einer Monte-Carlo-Simulation oft eine Lösung erzielt werden.

Die Monte-Carlo-Simulation versucht, durch Generierung von zufälligen Zahlen, die eine bestimmte Verteilung besitzen, das zukünftige Verhalten der Risikofaktoren zu bestimmen. Im Allgemeinen, wie auch in dieser Arbeit, entscheidet man sich bei finanzwirtschaftlichen Problemstellungen für die Normalverteilungsannahme. Bei der Monte-Carlo-Simulation versucht man durch Generierung von vielen Zufallszahlen künstliche Ereignisse erzeugen, um bei Problemen nur zu mit wenigen Beobachtungen ein mögliches Szenario zu modellieren beziehungsweise zu analysieren. Die bekannteste Einsatzmöglichkeit liegt im Portfolio- sowie Risikomanagement. Allerdings werden Monte-Carlo-Simulationen im ebenfalls in der Optionsbewertung eingesetzt. Durch das Erzeugen von künstlichen Renditen lassen sich mögliche zukünftige Renditepfade erstellen, die Aufschluss über zukünftige Portfoliowerte geben. Die verschiedenen Schritte einer Monte-Carlo-Simulation werden nun anhand von Bestimmung des Value at Risks erläutert.

Schritt 1: Erzeugen von Zufallszahlen

Es werden zunächst für die Anzahl der im Portfolio befindlichen Anlagen verschiedene Zufallszahlen erzeugt.

Schritt 2: Transformation der Zufallszahlen

Wenn die in Schritt 1 generierten Zufallszahlen noch keine Verteilung aufweisen, müssen diese in der Weise transformiert werden, dass sie dieselben Eigenschaften, das heißt, dieselbe Verteilung, wie die tatsächlich beobachteten Renditen der verschiedenen Anlagen aufweisen. Die Transformation wird weiter unten genauer erklärt.

Schritt 3: Messung des Portfoliowerts

Aus den in Schritt 2 künstlich erzeugten Renditen lässt sich nun die neue Rendite des Portfolios bestimmen und daraus je eine Portfoliowertänderung festlegen.

Schritt 4: Wiederholen der Schritte 1 bis 3

Wiederholt man die Schritte in ausreichender Menge, so erhält man eine große Anzahl von künstlichen Portfoliowertänderungen. Je öfter hierbei die Schritte 1 bis 3 wiederholt werden, desto genauer ist die Aussagekraft der Monte-Carlo-Simulation. Schritt 5: Auswertung

Nach der Simulation kann nun eine Bestimmung des Value at Risks vorgenommen werden. Es werden hierfür alle simulierten Wertänderungen der Größe nach geordnet.

Möchte man nun beispielsweise den Value at Risk mit einem Konfidenzniveau von 95% bestimmen, müssen von den simulierten Wertänderungen die schlechtesten 5% ausgeblendet werden. Der kleinste Wert der dann noch bestehenden Wertänderungen ist der Value at Risk mit einem Konfidenzintervall von 95%.

Bevor hierzu ein Beispiel angeführt wird, soll vorher auf die in Schritt 2 angesprochene Transformation eingegangen werden.

Hierfür wird eine standardnormalverteilte Zufallszahl Z_i , die aus der Normalverteilung mit Erwartungswert null und Standardabweichung eins entstammt, bestimmt. Durch eine Transformation wird aus dieser Zufallszahl eine normalverteilte künstliche Rendite, die den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ besitzt.

$$R_t = \sigma \cdot Z_t + \mu \tag{3.4}$$

Bei Betrachtung von Aktienrenditen steht σ für die Volatilität und μ für die mittlere Rendite der Aktie.

Man kann nun an verschiedenen Renditen interessiert sein. Um verschiedene zufällige Renditen zu einem bestimmten Zeitpunkt t zu erhalten, simuliert man eine dementsprechende Vielzahl von normalverteilten Zufallszahlen und transformiert diese anhand der Gleichung (3.4). Es ergeben sich hieraus eine große Anzahl von möglichen Renditen zum Zeitpunkt t. Um einen möglichen Simulationspfad eines Aktienkurses zu bestimmen, ist die Vorgehensweise ähnlich. Da es sich nun um zeitlich aufeinander folgende Renditen handelt, muss im Folgenden beginnend mit dem Kurs K_0 der Kurs K_t iterativ aus dem Kurs K_{t-1} des vorangegangen Zeitpunktes berechnet werden. Dazu dient folgende Formel:

$$K_t = e^{R_t} \cdot K_{t-1} \tag{3.5}$$

Zum Verständnis betrachten wir hierzu ein Beispiel:

Uns liegt ein Portfolio mit einer Aktien- und einer Rentenposition vor. Es sollen nun mithilfe der eben erklärten Methode Kursentwicklungen für die nächsten vier Jahre simuliert werden. Die Aktien- und Rentenkurse seien stetig und normalverteilt mit folgenden Erwartungswerten und Standardabweichungen.

$$\mu_{\text{Renten}} = 5\% p.a. \text{ und } \sigma_{\text{Renten}} = 4\% p.a.$$

 $\mu_{\text{Aktien}} = 7,5\% p.a. \text{ und } \sigma_{\text{Aktien}} = 18\% p.a.$

Da die Angaben in annualisierter Form gemacht werden, wir allerdings die Kursentwicklung auf Tagesbasis simulieren wollen, ist es notwendig die Parameter auf Tagesbasis umzurechnen.

$$\begin{split} \mu_{Aktien} &= 0,075/250 = 0,0003 \text{, also } 0,03\% \text{ auf Tagesbasis} \\ \sigma_{Aktien} &= 0,18/\sqrt{250} \approx 0,01138 \text{, also } 1,138\% \text{ auf Tagesbasis} \\ \mu_{\text{Renten}} &= 0,005/250 = 0,0002 \text{, also } 0,02\% \text{ auf Tagesbasis} \\ \sigma_{\text{Renten}} &= 0,04/\sqrt{250} \approx 0,00253 \text{, also } 0,00253\% \text{ auf Tagesbasis} \end{split}$$

Nachdem wir die Umrechnung vorgenommen haben, werden 1000 standardnormalverteilte Zufallszahlen generiert. Jede dieser Zufallszahlen muss allerdings noch, wie weiter oben erklärt, in künstliche Renditen umgewandelt werden. Durch Einsetzen der gerade berechneten Werte in die Gleichung (3.4) erhalten wir folgende Transformationsgleichungen:

$$R_{\text{Renten},t} = 0,00253 \cdot Z_t + 0,0002 \text{ und } R_{\text{Aktien},t} = 0,01138 \cdot Z_t + 0,0003$$

Durch Einfügen aller Zufallszahlen in die Transformationsgleichung erhalten wir somit 1000 verschiedene künstlich generierte Tagesrenditen. Mit den ermittelten Renditen besteht nun entweder die Möglichkeit den Value at Risk für einen Tag zu bestimmen oder mit Hilfe von Gleichung (3.5) eine Simulation der Aktien und Rentenkursentwicklung für die nächsten 4 Jahre zu simulieren. Wir gehen bei einem Jahr von 250 Börsentagen aus, sodass 1000 Zufallszahlen Renditen von 4 Jahren entsprechen.

Man wird bei mehrmaligem Wiederholen des eben beschriebenen Verfahrens anders verlaufende Kursverläufe erhalten. Durch die große Anzahl der Verläufe lassen sich mögliche Anlageergebnisse und Analysen mit einer höheren Güte durchführen. Wichtig ist außerdem, dass bei jeder Generierung von einem möglichen Kursverlauf neue Zufallszahlen kreiert werden müssen.

In dem vorangegangenen Beispiel wurde unterstellt, dass die zwei Anlagen (Aktie, Rente) in keiner Abhängigkeit zueinanderstehen. Da es in der Tat aber einen Zusammenhang zwischen dem Verlauf des Aktienkurses und des Rentenkurses gibt, gehen wir nun darauf ein, wie man eine solche Korrelation bei der Simulation berücksichtigt.

Da auch in der Praxis Portfolios mehreren Risikofaktoren ausgesetzt sind, bedarf es einer multivariaten Simulation. Die Idee besteht darin, die zunächst unkorrelierten Zufallszahlen in korrelierte Zufallszahlen zu überführen. Hierfür wird das Verfahren von Cholesky verwendet, welches im Folgenden näher erläutert wird. Aus Einfachheitsgründen wird hierfür ein Portfolio aus 3 Anlagen verwendet. Das Verfahren ist jedoch auf beliebig viele Anlagen erweiterbar.

Im ersten Schritt wird die Korrelationsmatrix erzeugt.

$$\rho = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \rho_{13} \\ \rho_{12} & 1 & \rho_{23} \\ \rho_{13} & \rho_{23} & 1 \end{bmatrix}$$

Die Korrelation zwischen der Rendite der i-ten und j-ten Anlage ist in der i-ten Zeile und j-ten Spalte aufgeführt. Die Berechnung der einzelnen Korrelationskoeffizienten erfolgt mit folgender Formel:

$$\rho_{i,j} = \frac{Cov(i,j)}{\sigma_i^2 \cdot \sigma_j^2}$$

Nachdem man alle Korrelationskoeffizienten bestimmt hat, wird die Cholesky-Zerlegung durchgeführt. Unter der Cholesky-Faktorisierung versteht man die Zerlegung einer Matrix in eine untere Dreiecksmatrix **A** und eine zu **A** transponierte obere Dreiecksmatrix **A'**. Das Produkt aus **A** und **A'** soll wieder die Korrelationsmatrix ergeben.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad A' = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ 0 & a_{22} & a_{32} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix}$$

$$A \cdot A' = \rho$$

Hat man nun Matrix A bestimmt, ist es im nächsten Schritt notwendig für jede Anlage eine standardnormalverteilte Zufallszahl zu bestimmen. In einem Vektor zusammengefasst folgt:

$$Z_{t} = \begin{bmatrix} Z_{1t} \\ Z_{2t} \\ Z_{3t} \end{bmatrix}$$

Um aus den Zufallszahlen nun korrelierte Zahlen zu erhalten, muss lediglich die Matrix A mit dem Vektor Z_t multipliziert werden.

$$A \cdot Z_{t} = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Z_{1t} \\ Z_{2t} \\ Z_{3t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{1t} \\ Y_{2t} \\ Y_{3t} \end{bmatrix} = Y_{t}$$

Die künstlich erzeugten, korrelierten Renditen sind standardnormalverteilt mit dem Erwartungswert null und der Standardabweichung eins und müssen in einem letzten Schritt mit Hilfe von Gleichung (3.5) in Renditen mit dem Erwartungswert μ und der Standardabweichung σ transformiert werden.²⁷

3.3 Szenario-Simulation

Die Szenario-Simulation ermöglicht es dem Fondsmanager, anhand vorgegebener Szenarienwünsche die simulierte Fondsentwicklung zu betrachten. Die Funktion bietet hierbei die Möglichkeit, die Fondsvolumenentwicklung, nach Eingabe von möglichen Risikofaktorveränderungen, zu erhalten. Als veränderbare Risikofaktoren sind in diesem Kontext Marktveränderung, Volatilität, Zeit und risikoloser Zinssatz zu erwähnen.

Bei der Szenario-Simulation wird der komplette Fonds anhand der gewählten Veränderungen neu bewertet. Es werden zu allen Anlagepositionen die neuen Kurse berechnet und auf Fondsebene aggregiert, sodass ein neues Fondsvolumen entsteht. Optionskurse werden hierbei durch Verfahren der Optionsbewertung neu berechnet. Im einige Szenario-Simulationen Kapitel 4.7 werden vorgeführt.

²⁷ Vgl. Poddig, 2002, S.167ff. und Deutsch, 2004, S.171ff.

4 Beschreibung des Programms

4.1 Programmaufbau

Die Programmoberfläche wurde mit der Hilfe der Programmiersoftware MatLab erstellt. Bei der Gestaltung der Front-end-Oberfläche wurde das Feature zur Erstellung benutzerfreundlicher Gui's von MatLab benutzt. Die Abkürzung GUI steht für "Graphical User Interface" und bietet dem Entwickler eine Reihe von Werkzeugen zur Erzeugung benutzerfreundlicher Steueroberflächen. Die Erstellung einer GUI wird im Drag & Drop-Verfahren von Steuerelementen auf eine leere Fläche vollzogen. Eine bemerkenswerte und hilfreiche Funktion ist außerdem das Einbinden von ActiveX- Objekten. Hiermit wird die Anzahl der zur Verfügung stehenden Steuerelemente immens vergrößert.

Um nun einen ersten Einblick in das Programm zu geben, werden im Folgenden die einzelnen Bereiche der Front-end-Oberfläche vorgestellt.



Abbildung 19: Programmoberfläche

1. Auswahlfenster für Fonds

Das Fenster dient zur Auswahl des zu analysierenden Fonds. Alle gemanagten Fonds werden in einer Baumstruktur angezeigt, nachdem sie über ein SQL-Statement aus der Datenbank gezogen wurden. Die Auswahl der Fonds findet durch systematisches ,Durchklicken' statt. Nach jedem Doppelklick einer Ebene öffnet sich die darunterliegende Ebene.

2. Auswahlfenster für Optionen

Über das zweite Auswahlfenster wird die gewünschte durchzuführende Funktion ausgewählt. Es stehen verschiedene Analysemöglichkeiten, Simulationen, Diagrammdarstellungen, Sortiermöglichkeiten und Reportarten zur Verfügung. Die einzelnen Funktionen werden in den nachfolgenden Unterkapiteln dargestellt.

3. Diagrammfenster

Im Achsenbereich werden alle visuellen Ergebnisse angezeigt.

4. Übersichtsfenster

Nach einem Klick auf eine Optionsposition werden in dem Übersichtsfenster alle Kennzahlen der ausgewählten Option eingeblendet.

5. Excel Spreadsheet (ActiveX-Objekt)

Das Excel-Spreadsheet dient zur Ausgabe von Reports, zu dem Anzeigen der Optionspositionen und zu dem Einstellen von Parametern für die Simulationsverfahren. Es werden darüber hinaus Diagramme und sonstige Funktionen gesteuert.

6. Start-Button

Durch den Start-Button werden alle Funktionen angestoßen. Nachdem über das erste Auswahlfenster ein Fonds selektiert und über das zweite Auswahlfenster eine Funktion gewählt wurde, wird die Auswahl nach dem Klick auf den Start-Button verarbeitet.

7. Schieben- und Zoom-Button

Mit dem Schieben-Button ist es möglich, eine Grafik im Diagrammfenster zu verschieben. Dies ist nützlich, wenn Grafikverläufe angeschaut werden sollen, die sich außerhalb des Sichtfensters befinden. Die Zoom-Taste dient dazu, Grafiken in ausgewählten Bereichen in vergrößerter Ansicht darzustellen.

Erzeugt man mit der Maus einen Doppelklick auf die Achsenfläche, wird die Grafik im Folgenden wieder zurückgesetzt.

8. Drucken-Button

Der Drucken-Button bietet dem Fondsmanager die Möglichkeit, den Inhalt, der sich im Spreadsheet befindet, auszudrucken.

9. Beta-Fondssimulation

Durch das Betätigen einer der zwei Radio-Buttons wird die Grafik der Beta-Fondssimulation angezeigt.

4.2 Optionsübersicht

4.2.1 Einführung in die Optionsübersicht

Optionsdiagramme können über einen Klick auf eine oder mehrere Optionen im Excel-Spreadsheet aufgerufen werden.

Die Vorgehensweise zum Anzeigen von Diagrammen wird nun geschildert.

1. Auswahl eines Fonds im ersten Auswahlfenster

2. Wählen der Funktion "Optionsübersicht" (Optionen -> Übersicht) im zweiten Auswahlfenster und betätigen der Start-Taste



Abbildung 20: Schritte um die Optionsübersicht darzustellen

3.Nachdem alle Optionspositionen des ausgewählten Fonds im Excel-Spreadsheet angezeigt werden, muss nun im zweiten Auswahlfenster unter "Optionen -> Optionsdiagramme" ein Diagrammtyp ausgewählt werden.

4. Nun muss lediglich die gewünschte Option im Spreadsheet mit einem Klick auf die linke Maustaste ausgewählt werden und anschließend die Tastenkombination "Alt" + die rechte Maustaste betätigt werden, um das gewünschte Diagramm im Diagrammfenster anzeigen zu lassen.

ADIPS_SIM					
🗑 Fondsauswahl		Option	nen und Sin	nulation	
		i i i i i i i i i i i i i i i i i i i	ptionen		1
		. ⊡-6	Dibersich	nt	
🗄 🐨 🍘 Aktien Global			Sortierur	nq	0.9
E 🐨 Aktien Europa / Deutschland		6-6	Diagram	me	0.8
🖯 🐨 🖗 Fondsmanager G			👘 Veg	a	
👘 Fonds F			👘 Thet	a	0.7
👘 Fonds E			👘 Rho	-	
👘 Fonds D			👘 Payo	off(t)	0.6
Fonds C			👘 Payo	off(T)	
Fonds B			🛛 🖗 Ome	iga 🗧	- U.5
Fonds A			🗕 🖗 Gam	ma	0.4
🗄 🖤 🗰 Fondsmanager F			🛛 🕼 Delta	a	
🗄 🖤 Fondsmanager E		E 🗑 R	eports		0.3
🛨 🖤 Fondsmanager D			mulation		
🗄 🖤 Fondsmanager C					0.2 ·····
E Pondsmanager B	_				Start C Fondsvolumen
Hondsmanager A	× -				U.I. Statt
					0 0.2 0.4 0.6 0.8 1 Zoomen drucken
2.					
Einzeltitel-Option	Strike P	reis RL E	Bestand G	βuV	
June 08 Calls on DB1 GR	85	12.35 29	20	-10,000.00	
June 08 Calls on CAR GR	42	3.22 29	-250	64,750.00	
June 08 Calls on LOR GR	72	5.85 29	-10	3,750.00	
June 08 Calls on BAY GR	56	1.15 29	-109	577.05	
June 08 Calls on SIE GR	64	9.94 29	-53	-6,357.47	
June 08 Calls on IBE SM	8.75	0.89 29	-1560	40,560.00	
September 08 Calls on TOTB GR	50	8.93 120	-175	-71,575.00	
September 08 Calls on MUV2 GR	110	12.71 120	-1000	32,400.00	
September 08 Calls on EPC GR	10	2.25 120	-250	2,500.00	
June 08 Calls on GOB GR	42	11.99 29	-30	-14,850.00	
September 08 Calls on UNI3 GR	20	1.55 120	-440	32,560.00	
September 08 Calls on AIX GR	8	2.16 120	-250	-3,250.00	
September 08 Calls on NOK1∨ FH	17	2.53 120	-250	6,250.00	
DAI OPT C-JUN-08 46	46	6.65 29	-230	-4,850.00	
June 08 Calls on FTE GR	19	1.15 29	-100	16,600.00	
June 08 Calls on SAP GR	28	5.48 29	-80	-4,880.00	
QIA OPT C-SEP-08 12.5	12.5 1	.7378 120	-250	5,055.00	
September 08 Calls on DTE GR	10	1.3 120	-250	-2,000.00	
August 08 Calls on DPW GR	19.5	2.37 85	-250	9,300.00	
June 08 Calls on CGE GR	3	1.64 29	-905	-85,975.00	
June 08 Calls on XCA GR	16	2.48 29	-32	1,504.00	
June 08 Calls on PHI1 GR	22	2.74 29	-280	10,120.00	
June 08 Calls on VOW GR	150	37.84 29	-5	-6.145.00	
June 08 Calls on ASMB GR	12.32	6.74 29	-77	-31,967,32	
September 08 Calls on MEO GR	46	5.75.120	-157	5 995 05	
Sentember 08 Calls on MT NA	56	10.25.120	-318	38 160 00	
DALOPT C-SEP-08.46	46 7	7 0162 120	-250	5.095.00	
Les 00 cells -= MIN2 OD	400	40.40 20	-2.50		

Abbildung 21: Schritte zum Darstellen von Optionsdiagrammen

Sollen nun Diagramme mehrerer Optionen gleichzeitig in einem Fenster anzeigt werden, so müssen mehrere Positionen markiert und die Tastenkombination "Alt"+ rechte Maustaste betätigt werden.

Um sich andere Diagramme anzeigen zu lassen, ist es nicht notwendig, die Schritte 1 und 2 erneut auszuführen. Durch Wiederholen der Schritte 3 und 4 können verschiedene Diagrammtypen verschiedener Optionen angezeigt werden. Möchte man allerdings die Diagramme eines neuen Fonds betrachten oder den ausgewählten Fonds mit aktualisierten Daten erhalten, so müssen die Schritte 1 bis 4 erfolgen.

Im Folgenden werden die einzelnen Optionsdiagramme noch einmal zusammengefasst und mithilfe eines Screenshots visualisiert.

4.2.2 Delta

Wie bereits in Kapitel 2.2.3.1 erklärt, wird durch das Delta die Veränderungsrate des Optionskurses zum Basiswert ausgedrückt.

In dem Programm wird bei Auswahl des Deltadiagramms und einem Klick, wie in Schritt 4 erklärt, auf eine Option Folgendes sichtbar.



Abbildung 22: Verlauf des Deltas einer Call- und Put-Option

Auf der x-Achse sind die Kurse des Basiswertes und auf der y-Achse die Delta-Werte zu finden. In der Abbildung wird die Ausgabe einer Call- und einer Put-Option dargestellt.

4.2.3 Gamma

Das Gamma drückt das Verhältnis zwischen der Veränderung des Optionsdeltas und der Kursveränderung des Basiswertes aus.

In dem Programm stellt sich die Ausgabe folgendermaßen dar:



Abbildung 23: Verlauf des Gammas einer Call- und Put-Option

Auf der x-Achse sind die Kurse des Basiswertes und auf der y-Achse die Gamma-Werte ausgewiesen. In der Abbildung ist nur eine Ausgabe aufgeführt, da der Gamma-Wert für Calls und Puts identisch ist.

4.2.4 Lambda (Omega)

Das Omega einer Option gibt die Elastizität des Kurses einer Option in Relation auf die prozentuale Wertveränderung des Basiswertes an.

Die von dem Programm ausgegebene Grafik könnte folgendermaßen aussehen:



Abbildung 24: Verlauf des Omegas einer Call- und Put-Option

Auf der x-Achse sind die Kurse des Basiswertes und auf der y-Achse die Omega-Werte aufgetragen. In der Abbildung ist die Ausgabe einer Callund einer Put-Option dargestellt.

4.2.5 Rho

Das Rho drückt die Sensitivität des Optionspreises in Bezug auf die Veränderung des risikolosen Zinssatzes aus. Es zeigt die absolute Optionspreisveränderung bei Änderung des risikolosen Zinssatzes um eine Einheit.

In dem Programm stellt sich die Ausgabe folgendermaßen dar:



Abbildung 25: Verlauf des Rhos einer Call- und Put-Option

Auf der x-Achse sind die Kurse des Basiswertes und auf der y-Achse die Rho-Werte aufgeführt. In der Abbildung ist die Ausgabe einer Call- und einer Put-Option dargestellt.

4.2.6 Theta

Das Theta drückt die Sensitivität des Optionspreises in Bezug auf die Veränderung der Optionsrestlaufzeit aus. Es zeigt die absolute Optionspreisveränderung bei Veränderung der Restlaufzeit um eine Einheit und kann somit auch als Zeitwertverfall von Optionen angesehen werden. In dem Programm stellt sich die Ausgabe folgendermaßen dar:



Abbildung 26: Verlauf des Deltas einer Call- und Put-Option

Auf der x-Achse sind die Kurse des Basiswertes und auf der y-Achse die Theta-Werte zu finden. In der Abbildung sieht man die Ausgabe einer Callund einer Put-Option.

4.2.7 Vega

Das Vega drückt die Sensitivität des Optionspreises bezüglich der Veränderung der Volatilität aus. Es zeigt die absolute Optionspreisveränderung, bei Veränderung der Volatilität um eine Einheit und kann somit auch als Zeitwertverfall von Optionen angesehen werden. In dem Programm stellt sich die Ausgabe folgendermaßen dar:



Abbildung 27: Verlauf des Vegas einer Call-Option

Auf der x-Achse sind die Kurse des Basiswertes und auf der y-Achse die Vega-Werte zu finden. In der Abbildung ist lediglich eine Ausgabe aufgeführt, da der Vega-Wert für Calls und Puts identisch ist.

4.2.8 Payoff-Diagramme

Payoff-Diagramme stellen eine grafische Darstellung von Auszahlungsprofilen dar. Aus Payoff-Diagrammen kann man den Gewinn oder Verlust eines Optionsgeschäftes ablesen. Auf der x-Achse ist der Aktienkurs und auf der y-Achse der Gewinn beziehungsweise Verlust abzulesen. Das Programm verfügt über zwei Auswahlmöglichkeiten für Payoff-Diagramme. Eine davon ist mit der Bezeichnung "Payoff-Diagramm (T)" aufgeführt und im zweiten Auswahlfenster situiert. Das Payoff-Diagramm (T) bezeichnet das Payoff-Diagramm zu dem Settlement-Date (Laufzeitende) und besitzt somit keinen Zeitwert.

In der folgenden Grafik ist das Payoff-Diagramm für eine Beispieloption abgebildet:



Abbildung 28: Auszahlungsprofil einer Option am Ende der Restlaufzeit

Das Sternchen auf dem Payoff-Diagramm deutet wie in allen Optionsdiagrammen auf den aktuellen Wert hin.

Ist man jedoch an dem Payoff-Diagramm interessiert, das den Zeitwert der Option nach dem Black-Scholes-Modell berücksichtigt, so wählt man im zweiten Auswahlfenster die Funktion "Payoff-Diagramm(t)".

Die Auswahl führt dann zu folgendem Ergebnis.



Abbildung 29: Auszahlungsprofil einer Option unter Berücksichtigung des Zeitwertes

Wie man in der zweiten Grafik erkennt, ist diese nahe dem aktuellen Aktienkurs gewölbt. Dies hängt mit dem noch vorhandenen Zeitwert zusammen, den die Option besitzt.

Möchte man sich hier die Auszahlungsprofile mehrerer Optionen anschauen, so selektiert man mehrere Optionen aus dem Spreadsheet und führt den oben beschriebenen Schritt 4 durch. Wählt man Optionen mit gleichem Basiswert, so entsteht folgende Ausgabe:



Abbildung 30: Auszahlungsprofile mehrerer Optionen mit gleichem Basiswert

Wie ersichtlich ist, ist neben mehreren schwarzen Diagrammen ein rotes Payoff-Diagramm zu erkennen. Dieses ergibt sich aus der Aggregation der schwarzen Diagramme und kann verstanden werden als das aggregierte Payoff-Diagramm für alle ausgewählten Optionen.

Wählt man anstelle von Optionen mit gleichen Basiswert Optionen mit Verschiedenem, so ergibt sich folgende Grafik:



Abbildung 31: Auszahlungsprofile mehrerer Optionen mit verschiedenen Basiswerten

Bei Auswahl von mehreren Optionen mit verschiedenen Basiswerten werden die Aktienkurse normiert. Das bedeutet, dass die x-Achse keine absoluten Aktienkurse zeigt, sondern relative Aktienkursveränderungen zu dem aktuellen Kurs der verschiedenen Basiswerte.

4.3 Spezielle Sichten auf Fonds

4.3.1 Zertifikate Fonds

Portfoliomanager sollten ihre Fonds so optimal wie möglich kontrollieren können. Durch das Portfoliosteuerungssystem der Deka Investment GmbH wird hierzu ein nützliches Werkzeug bereitgestellt.

Da es sich bei Zertifikate-Fonds um zusammengestellte Assets in Strukturen handelt, ist die Kreation spezieller Sichten für diese Fonds notwendig. In das erstellte Tool wurde daher eine Funktion implementiert, die es den Verantwortlichen ermöglicht, ihre Fonds, durch spezielle Gliederung der Anlagen und Ausweisung wichtiger Kennzahlen, gezielt beobachten zu können. Die angewandte Sichtweise kann auch als Report dienen und durch Betätigen des Drucken-Buttons ausgedruckt werden. Nachfolgend abgebildet ist ein Ausschnitt der Ansicht auf einen Discount-Zertifikate-Fonds.



Abbildung 32: Spezielle Sichtweise auf einen Discount-Fonds

Um die Sichtweise aus Abbildung 33 zu generieren, müssen folgende Schritte durchgeführt werden:

- 1. Auswahl eines Fonds aus dem ersten Auswahlfenster.
- 2. Auswahl der Upside-Report-Funktion im zweiten Auswahlfenster unter Reports -> Fondsreport -> Upside Report
- 3. Start-Knopf betätigen

Wie aus der Abbildung ersichtlich wird, ist der Report in verschiedene Ebenen unterteilt. Die Pfeile am Anfang der grau markierten Zeilen bieten die Möglichkeit, alle darunterliegenden Ebenen ein- beziehungsweise auszuklappen. Die oberste Zeile stellt die höchste Ebene dar und beinhaltet Name des Fonds und alle Kennzahlen, die auf Fondsebene aggregiert sind. Der Bereich unter der höchsten Ebene gibt alle wichtigen Kennzahlen des Fonds an und weist zudem über den Zahlen in der ersten Zeile hinaus noch weitere Indikationen auf Fondsebene aus.

Die nächste hierarchische Ebene bilden die Zeilen der Paare und "Nicht-Paare". In der Ebene unter den Paaren befinden sich alle Discount-Strukturen des Fonds. Hierbei werden pärchenweise Aktien und Optionstitel eines Unternehmens pro Block zusammengefasst. Jeder Block besitzt ebenfalls eine Aggregationsstufe, in der alle wichtigen Kennzahlen definiert sind, sodass der Fondsmanager alle von ihm gebildeten Strukturen zusammengefasst dargestellt bekommt.

In der Ebene der "Nicht-Paare" finden sich alle Positionen des Fonds, die keine Discount-Zertifikatsstruktur aufweisen. Hierzu gehören zum einen alle Aktienpositionen, für die im Fonds keine Optionen des gleichen Unternehmens vorhanden sind, zum anderen aber auch in entgegengesetzter Form alle Optionen des Fonds, für die keine Aktien des gleichen Unternehmens im Fonds vorhanden sind. Des Weiteren sind auf dieser Ebene die Position "Kasse" und andere Anlageklassen angesiedelt.

Im Folgenden wird in komprimierter Form der Inhalt der verschiedenen Spalten angegeben, da sich die Überschriften zum Teil als sehr kurz gestalten.

Name	Beinhaltet die Bezeichnung der Anlagen				
Nominale	Anzahl der Anlagen im Portfolio				
Crncy	Zeigt an, in welcher Währung die einzelnen Positionen notiert sind				
Kurs	Aktueller Kurs der Anlagen				
GuV	Gewinn bzw. Verlust, den die jeweilige Position erzielt hat				
NAV	Net Asset Value (Wert der Position)				
Strike	Basispreis				
RL	Restlaufzeit				
Csize	Kontraktgröße				
%PV	Prozentuales Gewicht der Position im Fonds				
Delta	Delta der derivativen Position				
Exposure	Delta-gewichtetes Aktienexposure				
%IG	Prozentualer Investitionsgrad				
Dis.	Discount der Discount-Struktur (siehe Kapitel 2.3.2.1.2)				
MaxR	Maximale Rendite in % der Discount-Struktur (siehe Kapitel 2.3.2.1.1)				

Die vorliegende Ansicht bietet zusätzlich die Möglichkeit der grafischen Darstellung einer Discount-Struktur. Dem Fondsmanager wird es dadurch ermöglicht, die Entwicklung einzelner Strukturen zu beobachten um bei negativ verlaufenden Strukturen agieren zu können.

In der folgenden Abbildung ist eine Grafik zu sehen.



Abbildung 33: Discount-Struktur grafisch darstellen lassen

Die Feature wird über das Betätigen des Grafiksymbols, das in der Abbildung 34 mit "1" gekennzeichnet ist, ausgeführt. Hierbei ist anzumerken, dass das Anzeigen der Grafik für jedes Paar möglich ist.

Auf der x-Achse der Grafik ist der Aktienkurs aufgetragen, auf der y-Achse der prozentuale Ertrag beziehungsweise Verlust, wobei hier 0.5 beispielsweise für einen Gewinn von 50% steht. Die blaue Linie spiegelt den Verlauf des Aktienkurses und die lilafarbene Linie den der Optionsposition wider. Die etwas stärker gezeichnete rote Linie ist die Resultierende und stellt den aggregierten Verlauf dar. Das Sternchen kennzeichnet den aktuellen Stand der Position.

4.4 Beta-Fondssimulation

Bei dieser Simulation werden alle Anlagepositionen einzeln anhand der Beta-Faktoren und der Marktveränderung neu bewertet (siehe Kapitel 3.1). Bei Derivaten werden die Kurse der zugrundeliegenden Basiswerte anhand der Beta-Faktoren und Marktveränderung neu bestimmt und im Anschluss mit Optionsbewertungsverfahren neu bewertet (siehe Kapitel 2.2.2). Aggregiert man so alle Werte der einzelnen Positionen, erhält man je nach Marktveränderung ein neues Fondsvolumen.

In dem vorliegenden Programm wird der Graph dieser Simulation bei Betätigung der Auswahl "Fondsvolumen" angezeigt.

In der folgenden Abbildung ist ein grafischer Verlauf eines Fonds dargestellt.



Abbildung 34: Beta-Fondssimulation

Die schwarze Linie dient als Hilfslinie, die einen exakten symmetrischen Verlauf zur Marktveränderung besitzt.

Die rote Line kennzeichnet die Veränderung des Fondsvolumens in Relation zum aktuellen Fondsvolumen.

4.5 Varianz-Kovarianz-Simulation

Die Varianz-Kovarianz-Simulation ist eine Methode der Value-at-Risk-Analyse und gibt den maximalen Verlust an, der bei vorgegebenen Konfidenzniveau innerhalb einer festgelegten Periode nicht überschritten wird. Um die Simulation durchzuführen, wählt man zunächst den gewünschten Fonds aus dem ersten Auswahlfenster und markiert im zweiten Auswahlfenster die Funktion "Varianz-Kovarianz-Simulation", die sich hinter Verfolgen des Pfads Simulation -> Varianz-Kovarianz verbirgt. Nach Betätigung des Start-Buttons generiert sich folgende Ausgabe:



Abbildung 35: Varianz-Kovarianz-Simulation

An dieser Stelle besteht nun die Möglichkeit, Parameter für die Simulation festzusetzen. Man hat die Möglichkeit das Konfidenzniveau und die Haltedauer zu wählen. Nachdem die gewünschten Parameter festgelegt wurden, wird erneut der Start-Knopf betätigt. Im Achsenbereich ergibt sich infolgedessen die Spanne, in der sich der Fonds mit dem festgelegten Konfidenzniveau in der festgelegten Zeit bewegt.

Ein mögliches Ergebnis könnte wie folgt anmuten:



Abbildung 36: Ergebnisse der Varianz-Kovarianz Methode

4.6 Monte-Carlo-Simulation

Monte-Carlo-Simulation dient im vorliegenden Programm der Die bietet Durchführung einer Value-at-Risk-Analyse. Sie in diesem Zusammenhang neben der Varianz-Kovarianz-Methode eine zweite Möglichkeit den Value at Risk zu bestimmen. Zu dem Durchführen der Monte-Carlo-Simulation wird zunächst ein Fonds aus dem ersten Auswahlfenster ausgewählt und danach unter Simulation -> Fondssimulation die Funktion-"Monte-Carlo-Simulation" gewählt. Nach der Auswahl und Betätigung des Start-Knopfes ergibt sich folgendes Bild:



Abbildung 37: Monte-Carlo-Simulation

Hier besteht, wie auch bei der Varianz-Kovarianz-Methode, die Möglichkeit, die Parameter für die Berechnung des Value at Risk zu setzen. Nachdem die Parameter festgelegt sind, wird der Start-Button betätigt. Bei nachfolgender Simulation werden in Realtime die historischen Kurse aller Anlagen aus dem Datenlieferanten Bloomberg abgerufen um Varianzen, Kovarianzen und Korrelationen der einzelnen Titel zu ermitteln. Diese Ermittlung dient der Bestimmung von korrelierten Zufallszahlen. Die korrelierten standardnormalverteilten Zufallszahlen werden anschließend zur Bestimmung von möglichen zukünftigen Verläufen herangezogen (siehe Kapitel 3.2.2). Das Ergebnis einer Simulation könnte sich wie folgt präsentieren:



Abbildung 38: Ergebnisse einer Monte-Carlo-Simulation

Im Achsenbereich bildet sich eine parabelförmige Grafik. Die x-Achse gibt die Zeit in Tagen an und die y-Achse die prozentuale Fondswertentwicklung. Die ausgegebene Grafik zeigt die Grenzen der Fondswertentwicklung mit dem ausgewählten Konfidenzniveau an. Angenommen, das Konfidenzniveau wird mit 95% festgelegt, so lässt sich anhand der Grafik erkennen, dass in 95% der Fälle die Fondswertentwicklung innerhalb der Grenzen verlaufen würde. Die zwei Grafiken innerhalb der Parabel zeigen zum einen die durchschnittliche Median Fondsentwicklung und zum anderen den der Fondsvolumenentwicklung.

4.7 Szenario-Simulation

Die Funktion der Szenario-Simulation ist situiert im zweiten Auswahlfenster und kann ausgeführt werden nach Befolgen des Pfads Simulation -> Szenario-Simulation -> Szenario.

Nachfolgende Abbildung enthält die Eingabemaske der verschiedenen Risikofaktoren.



Abbildung 39: Szenario-Simulation

Es werden hierbei jeweils für jeden Risikofaktor die Veränderungsraten eingegeben. Ist beispielsweise die relative oder absolute Veränderung des Fondsvolumens bei einer Marktveränderung von 10% gefragt, wird im Feld "Marktveränderung" die Kennziffer 0,1 eingegeben. Auch mehrere Veränderungen können angegeben werden. Ein mögliches Szenario ist:

Marktveränderung	+10%
Volatilität	+15%
Zeit	10 Tage

Risikoloser Zinssatz +2%

Nachdem ein Szenario gewählt wurde, wird der Start-Button betätigt und folgende Übersicht generiert:



Abbildung 40:Ergebnisse einer Szenario-Simulation

Nach Betätigen des Start-Knopfes wird im Hintergrund der Fonds, basierend auf den eingegebenen Veränderungen, neu bewertet. Das hierdurch errechnete Fondsvolumen wird anschließend mit dem aktuellen Fondsvolumen verglichen. Es wird das aktuelle Fondsvolumen, das simulierte Fondsvolumen, die absolute und die relative Differenz auf dem Spreadsheet ausgegeben.
5 Darstellung ausgewählter Ergebnisse

In folgendem Kapitel werden anhand verschiedener Fonds sämtliche Funktionen des vorliegenden Programms noch einmal verdeutlicht. Primäres Ziel ist in diesem Zusammenhang nicht mehr die Erläuterung der Bedienung des Programms, sondern vielmehr das Kommunizieren der Hintergründe der durch die vorhandenen Funktionen erzielbaren Ergebnisse. Um unterschiedliche Ergebnisse darstellen zu können, werden hierfür unterschiedliche Fonds zur Erörterung der Ergebnisse basieren Die aufgeführten Ergebnisse herangezogen. aus Geheimhaltungsgründen auf modifizierten Fonds.

5.1 Optionsübersicht

Die Optionsübersicht bietet dem Fondsmanager die Möglichkeit, einen detaillierten Blick auf die Optionspositionen seines Fonds zu werfen. Die Vorteile dieser Funktion sind folglich die Zeitersparnis gegenüber dem Suchen aller einzelnen Positionen aus einem Datenprovider und die komprimierte Darstellung aller Optionsanteile im Fonds. Die Spalte GuV gibt dem Betrachter Aufschluss darüber, ob man sich aktuell in der Gewinn- oder Verlustzone befindet (siehe Abbildung 22). Das Programm außerdem Möglichkeit, Auszahlungsprofile bietet die und Sensitivitätsdiagramme für eine oder mehrere Optionen anzuzeigen (siehe Kapitel 4.2). Bei der Erstellung der Profile wird hierbei die Nominale der Optionspositionen im Fonds mitberechnet, sodass immer der GuV der kompletten Position im Fonds betrachtet wird.

5.2 Beta-Fondssimulation

Durch die Beta-Fondssimulation erhält der Fondsmanager Informationen über das Verhalten des Fonds bei Marktveränderungen im Bereich von -30% - 30%. Bei der Simulation wird unterstellt, dass sich die Titel wie deren Beta-Faktoren verhalten und die Zeitkomponente unberücksichtigt bleibt. In den folgenden Grafiken werden Ergebnisse eines reinen Aktienfonds, eines Discount-Fonds und eines Aktienfonds mit derivativem Anteil dargestellt.



Abbildung 41: Grafische Ausgabe einer Beta-Fondssimulation eines reinen Aktienfonds



Abbildung 42: Grafische Ausgabe einer Beta-Fondssimulation eines Aktienfonds mit derivativem Anteil



Abbildung 43: Grafische Ausgabe einer Beta-Fondssimulation eines Discount-Fonds

An den Ergebnissen des Discount-Fonds ist zu erkennen, dass dieser in seiner Struktur sehr der eines Discountpapiers ähnelt. Der Fonds weist einen nach oben begrenzten Gewinn auf und ist dadurch bei schlechten Marktverhältnissen stets über dem Markt positioniert.

Reine Aktienfonds verlaufen, wie aus Abbildung 42 entnommen werden kann, linear und deshalb ähnlich der Hilfskurve der Marktveränderung.

Aus Abbildung 43 wird im Weiteren ersichtlich, dass sich Aktienfonds mit derivativem Anteil nicht linear verhalten. Je nach Investition und Intension gestalten sich hier die Kurven unterschiedlich. Es wäre hierbei interessant zu erfahren, ob das Risikoprofil, welches die Kurve der Beta-Simulation vorgibt, in dieser Weise vom Fondsmanager beabsichtigt war.

5.3 Value-at-Risk-Analyse mit Varianz-Kovarianz-Methode und Monte-Carlo-Simulation

Nachfolgend gezeigt werden die Ausgabegrafiken für die Value-at-Risk-Analyse der oben beschriebenen Fonds. Das Value at Risk des Discount-Fonds und des Aktienfonds mit hohem derivativem Anteil wurde mithilfe des Monte-Carlo-Verfahrens berechnet. Die Verwendung der Monte-Carlo-Methode erweist sich in diesem Zusammenhang als angebracht, da sie bei Fonds mit derivativem Anteil das genauere Analyse-Verfahren darstellt. Dies rührt vor allem daher, dass sich Derivate nicht linear verhalten und bei der Monte-Carlo-Simulation die Optionswerte stets neu bewertet werden.

Dem gegenüber wurde der reine Aktienfonds mit dem Varianz-Kovarianz-Verfahren analysiert, welches, verglichen mit der Laufzeit des Monte-Carlo-Verfahrens, schneller ist. Die nachfolgend aufgezeigten Ergebnisse basieren auf einem Konfidenzniveau von 95% und einer Haltedauer von 10 Tagen.



Abbildung 44: Grafische Ausgabe einer Value-at-Risk-Analyse eines reinen Aktienfonds



Abbildung 45: Grafische Ausgabe einer Value-at-Risk-Analyse eines Aktienfonds mit derivativem Anteil



Abbildung 46: Grafische Ausgabe einer Value-at-Risk-Analyse eines Discount-Fonds

Die ersten beiden Abbildungen zeigen einerseits die Ergebnisse der Valueat-Risk-Analyse eines Fonds, der ausschließlich aus Aktien besteht und andererseits die eines Fonds mit einer Beimischung von Optionspositionen. Es ist zu erkennen, dass die Ergebnisse ähnlich ausfallen. Der zweite Fonds weist allerdings aufgrund einiger Spekulationen in Derivate ein höheres Value at Risk als der reine Aktienfonds auf.

Die dritte Abbildung stellt die Ergebnisse eines Discount-Zertifikates dar. Hieraus geht hervor, dass durch die Bildung von Discount-Strukturen eine Minimierung des Risikos im Gegensatz zu den Aktienfonds erreicht wurde.

5.4 Szenario-Simulation

Im folgenden Abschnitt wird eine Szenario-Simulation mit dem im vorigen Kapitel verwendeten Fonds durchgeführt. Es werden pro Fonds drei verschiedene Szenarien simuliert und anschließend die Ergebnisse erläutert. Die verschiedenen Szenarien lauten wie folgt:

1. Szenario:

Marktveränderung:	-20%
Volatilitätsveränderung:	+15%
Zeit:	+60 Tage
Veränderung des risikolosen Zinssatzes	-1%
2 Szanaria	
Marktveränderung:	+15%
Volatilitätsveränderung:	-10%
Zeit:	+20 Tage
Veränderung des risikolosen Zinssatzes	+1,5%
3. Szenario:	
Marktveränderung:	0%
Volatilitätsveränderung:	0%
Zeit:	+100 Tage
Veränderung des risikolosen Zinssatzes	0%

Die Ergebnisse aus dem 1.Szenario lauten wie folgt:

Szenarioanalyse

Marktveränderung	-0.2
Volatilität	0.15
Zeit	60
Risikoloser Zinssatz	-0.01
Aktuelles Fondsvolumen	22,440,399.65
Simuliertes Fondsvolumen	20,575,938.39
Absolute Differenz	-1,864,461.26
Relative Differenz	-8.31%

Abbildung 47: 1. Szenario / Discount-Fonds

Szenarioanalyse

Marktveränderung	-0.2
Volatilität	0.15
Zeit	60
Risikoloser Zinssatz	-0.01
Aktuelles Fondsvolumen	32,424,164.28
Simuliertes Fondsvolumen	25,858,028.41
Absolute Differenz	-6,566,135.87
Relative Differenz	-20.25%

Abbildung 48: 1. Szenario / Aktienfonds

Szenarioanalyse

Marktveränderung	-0.2
Volatilität	0.15
Zeit	60
Risikoloser Zinssatz	-0.01
Aktuelles Fondsvolumen	683,712,572.60
Simuliertes Fondsvolumen	559,028,635.41
Absolute Differenz	-124,683,937.19
Relative Differenz	-18.24%

Abbildung 49: 1. Szenario / Aktienfonds mit Optionsanteil

Bei dem ersten Szenario wird eine Marktveränderung von -20% in 60 Tagen, eine Veränderung der Volatilität von +10% und eine Veränderung des risikolosen Zinssatzes von -1% angenommen. Durch die Discount-Struktur entwickelt sich der Discount-Fonds wesentlich besser als der Markt. Bricht der Markt um 20% ein, wie in diesem Szenario simuliert, so sinkt das Fondsvolumen lediglich um rund 8%. Der reine Aktienfonds verhält sich hierbei ähnlich wie der Markt; er fällt ebenfalls um 20%. Der Aktienfonds, in dem einige Optionspositionen integriert sind, fällt in diesem Szenario um etwa 18%, was sich als geringfügig besser als die Entwicklung des Marktes darstellt.

Die Ergebnisse des 2. Szenarios lauten wie folgt:

Szenarioanalyse

Marktveränderung	0.15
Volatilität	-0.1
Zeit	20
Risikoloser Zinssatz	0.015

Aktuelles Fondsvolumen	22,440,399.65
Simuliertes Fondsvolumen	23,063,368.25
Absolute Differenz	622,968.60
Relative Differenz	2.78%

Abbildung 50: 2. Szenario / Discount-Fonds

Szenarioanalyse

Marktveränderung	0.15
Volatilität	-0.1
Zeit	20
Risikoloser Zinssatz	0.015

Aktuelles Fondsvolumen	32,424,164.28
Simuliertes Fondsvolumen	37,348,766.18
Absolute Differenz	4,924,601.90
Relative Differenz	15.19%

Abbildung 51: 2. Szenario / Aktienfonds

Szenarioanalyse

Marktveränderung		0.15
Volatilität		-0.1
Zeit		20
Risikoloser Zinssatz		0.015
Aktuelles Fondsvolumen	683,712,8	659.48
Simuliertes Fondsvolumen	773,658,9	906.34
Absolute Differenz	89,946,2	246.87
Relative Differenz	10	3.16%

Abbildung 52: 2. Szenario / Aktienfonds mit Optionsanteil

Bei dem zweiten Szenario wird eine Marktveränderung in 20 Tagen um +15% suggeriert, sowie eine Abnahme der Volatilität um 10% und eine Steigerung des risikolosen Zinssatzes um 1,5%.

In diesem Fall führt die Simulation zu dem Ergebnis, dass sich der Discount-Fonds mit einem Anstieg von 2,78% nicht so stark entwickelt wie der reine Aktienfonds und der Aktienfonds mit derivativem Anteil. Durch die Discount-Struktur, die nach oben begrenzt ist, fällt der Profit in steigenden Marktphasen nicht so stark aus. In schlechten Marktphasen dem hingegen gestaltet sich das Ergebnis deutlich positiver als bei anderen Fonds.

Der reine Aktienfonds verhält sich mit einer Steigung des Fondsvolumens um 15,19% ähnlich wie der Markt.

Der Aktienfonds mit derivativem Anteil begrenzt durch die derivativen Positionen das Risiko und kann infolgedessen nur eine Steigerung des Fondsvolumens von 13,16% erzielen.

Die Ergebnisse des 3. Szenarios lauten wie folgt:

Szenarioanalyse

Marktveränderung	0
Volatilität	0
Zeit	100
Risikoloser Zinssatz	0

Aktuelles Fondsvolumen	22,440,399.65
Simuliertes Fondsvolumen	23,111,654.65
Absolute Differenz	671,255.00
Relative Differenz	2.99%

Abbildung 53: 3. Szenario / Discount-Fonds

Szenarioanalyse

Marktveränderung	0
Volatilität	0
Zeit	100
Risikoloser Zinssatz	0
Aktuelles Fondsvolumen	32,424,164.28
Simuliertes Fondsvolumen	32,424,164.28
Absolute Differenz	0.00
Relative Differenz	0.00%

Abbildung 54: 3. Szenario / Aktienfonds

Szenarioanalyse

Marktveränderung	0
Volatilität	0
Zeit	100
Risikoloser Zinssatz	0

Aktuelles Fondsvolumen678,401,871.36Simuliertes Fondsvolumen679,757,532.62Absolute Differenz1,355,661.26Relative Differenz0.20%

Abbildung 55: 3. Szenario / Aktienfonds mit Optionsanteil

Das dritte Szenario offenbart deutlich den Nutzen des Discount-Fonds in den jeweiligen Marktphasen. Wird zum Beispiel angenommen, dass sich der Markt in 100 Tagen auf demselben Niveau wie heute befindet, so erreicht der Discount-Fonds eine Rendite von 3%. Im Gegenteil hierzu würde der reine Aktienfonds eine klare Rendite von 0% aufweisen. Dies hängt mit der Zusammensetzung des Fonds aus ausschließlich symmetrischen Anlagen zusammen. Der Aktienfonds mit einem derivativen Anteil kann durch die vorhandenen derivativen Positionen noch eine positive Rendite von 0,2% erzielen.

Literaturverzeichnis

1.	Hull, John C.	Optionen, Futures und andere Derivate 6. Auflage, Pearson Studium, München, 2006
2.	Steiner, Manfred Bruns, Christoph	Wertpapiermanagement 9. Auflage, Schäffer Poeschel, Stuttgart,2007
3.	Poddig, Thorsten Dichtl, Hubert Petersmeier, Kerstin	Statistik, Ökonometrie, Optimierung 3. Auflage, Uhlenbruch Verlag, Bad Soden/Ts 2003
4.	Hausmann, Wilfried Diener, Kathrin Käsler, Joachim	Derivate, Arbitrage und Portfolio-Selection 1. Auflage, Vieweg, Braunschweig/ Wiesbaden, 2002
5.	Pfeifer, Andreas	Praktische Finanzmathematik 3. Auflage, Harri Deutsch, Frankfurt am Main 2004
6.	Deutsch, Hans-Peter	Derivate und interne Modelle 3. Auflage, Schäfer Poeschel, Stuttgart, 2004
7.	Bruns, Christoph Meyer-B., Frieder	Professionelles Portfolio Management 3. Auflage, Schäffer Poeschel, Stuttgart,2003
8.	Hager, Peter	Value-at-Risk-Verfahren Risknet
9.	Schmidt, Sebastian	Handbuch der Zertifikate Cdb concept Druckhaus, Berlin, 2008