

Olaf Strelow

Kopplungsmodelle - Mathematischer Hintergrund  
der Sektorenkopplung

THM-Hochschulschriften Band 28



**Oalf Strelow**

Kopplungsmodelle - Mathematischer  
Hintergrund der Sektorenkopplung

THM-Hochschulschriften Band 28

THM-Hochschulschriften Band 28

© 2024 Oalf Strelow

Technische Hochschule Mittelhessen

Fachbereich Maschinenbau und Energietechnik

Herausgeber der THM-Hochschulschriften:

Der Präsident der Technischen Hochschule Mittelhessen

Alle Rechte vorbehalten, Nachdruck, auch auszugsweise, nur mit schriftlicher Genehmigung und Quellenangabe.

Die Hochschulschriften sind online abrufbar:

[www.thm.de/bibliothek/thm-hochschulschriften](http://www.thm.de/bibliothek/thm-hochschulschriften)

ISSN (Print) 2568-0846

ISSN (Online) 2568-3020

# Inhaltsverzeichnis

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| <b>1</b> | <b>Einleitung</b>   | <b>4</b>  |
| <b>2</b> | <b>Methode der unterbestimmten Kopplungsbilanzen</b>                | <b>5</b>  |
| 2.1      | Kopplungsmodelle - Einführendes Beispiel . . . . .                  | 6         |
| 2.2      | Verallgemeinertes Kopplungsmodell zur Kausalitätsanalyse . . . . .  | 9         |
| 2.3      | Grenzen des Entscheidungsraumes . . . . .                           | 12        |
| <b>3</b> | <b>Eigenschaften von Zielfunktionen</b>                             | <b>13</b> |
| 3.1      | Lineare und schwach nichtlineare Funktionen . . . . .               | 14        |
| 3.2      | Zielfunktionen mit starken Nichtlinearitäten und Sprüngen . . . . . | 15        |
| <b>4</b> | <b>Lösung von Optimierungsaufgaben</b>                              | <b>15</b> |
| 4.1      | Hoek-Suche . . . . .  | 16        |
| 4.2      | Evolutionäre Suche . . . . .  | 17        |
| <b>5</b> | <b>Versorgungssicherheit mit Speichern</b>                          | <b>19</b> |
| 5.1      | Zyklisch deterministische Lastprofile . . . . .                     | 20        |
| 5.2      | Lastprofile mit stochastischen Einflüssen . . . . .                 | 22        |
| <b>6</b> | <b>Zusammenfassung</b>  | <b>26</b> |
| <b>7</b> | <b>Formelzeichen</b>  | <b>27</b> |
| 7.1      | Skalare . . . . .   | 27        |
| 7.2      | Vektoren . . . . .  | 28        |
| 7.3      | Matrizen . . . . .  | 28        |
| 7.4      | Indizes unten/oben . . . . .  | 28        |
| <b>8</b> | <b>Literatur</b>  | <b>29</b> |

# Kopplungsmodelle - Mathematischer Hintergrund der Sektorenkopplung

Prof. Dr.-Ing. O. Strelow

Technische Hochschule Mittelhessen - FB Maschinenbau & Energietechnik  
Institut für Thermodynamik, Energieverfahrenstechnik u. Systemanalyse

St. Tönis, 04.04.2024

## 1 Einleitung

Sektorenkopplung bedeutet intelligentes Zusammenwirken von Bereichen der Energiebereitstellung mit Bereichen der Energieanwendung. Das Ziel der Kopplung ist ständige Gewährleistung von Energiedienstleistungen in Form von Elektrizität und Wärme bei minimalem Einsatz von Primärenergie. Abwärmequellen sind auf Nutzbarkeit zu prüfen und sinnvoll im Rahmen einer Wärmeplanung einzubinden.

Das Erreichen dieser Zielstellungen geschieht hauptsächlich durch Anstreben einer zeitlichen Kongruenz der Profile für Bereitstellung und Anwendung von Energiedienstleistungen. Dies erfordert optimale flexible Verschaltungen der Produktionsstandorte für Energiedienstleistungen untereinander und mit deren Konsumenten. Die Einbindung von Speichersystemen für Energie und Energieträger ist unverzichtbar. Dieses Ziel erfordert höchsten Anspruch an Steuerung und Regelung vor allem mit Blick auf die Genauigkeit von Prognosen.

Die Sektorenkopplung erfolgt innerhalb ökonomisch abgegrenzter Bilanz- bzw. Wirtschaftsräume. Diese Räume umfassen beispielsweise Wohngebiete und/oder Industriestandorte. Traditionelles Beispiel sind Rohrleitungsnetze für die thermische Energieversorgung von industriellen Anlagen in Chemie-Standorten mit Abdampf aus Kraftwerksturbinen. Hierbei sind Elektrizität und Wärme Koppelprodukte, d.h. es liegt die sogenannte Kraft-Wärme-Kopplung vor. Der Nutzungsgrad eingesetzter Primärenergie liegt bei ca. 90%.

Analog zur Rechentechnik umfasst die Sektorenkopplung zwei Komponenten: Hardware und Software. Diese sind eine optimal geplante, dimensionierte und realisierte Infrastruktur in Kombination mit einer intelligenten flexiblen Steuerung, um stets optimal auf Veränderungen von Bedarf und Angebot zu reagieren.

Die Studie von Sager-Klauß und Jansen [1] erläutert die komplexen Wechselwirkungen von Strukturen der Sektorenkopplung sehr übersichtlich. Neben strukturellen Wechselwirkungen existieren zeitliche Aspekte in Form momentaner Entscheidungssituationen sowie

kurz-, mittel- und langfristigen Planungen. Um notwendige Entscheidungen für gekoppelte Energiesektoren stets optimal zu treffen, sind moderne Rechnerlösungen zwingend erforderlich. Es ist offensichtlich, daß eine zentrale mathematisch allumfassende Systemoptimierung unmöglich ist. Dagegen ist es günstig Optimierungen auf europäischer, nationaler, regionaler und kommunaler Ebene sowie für unterschiedliche zeitliche Prognosehorizonte separat durchzuführen. Die Kompatibilität der mathematischen Werkzeuge ist in sämtlichen räumlichen und zeitlichen Ebenen erstrebenswert.

Der vorliegende Artikel orientiert auf die wirtschaftliche Nutzung von Systemen der Sektorenkopplung. Für diesen Zweck wird eine allgemeine mathematische Methode zur Modellierung, Simulation und Optimierung vorgestellt. Besonderes Augenmerk wird der Wirkung von Speichern auf die Erhöhung der Versorgungssicherheit zuteil.

Die begrenzte Möglichkeit der Darstellbarkeit erzwingt leider einfache Beispiele. Zur rechentechnischen Umsetzung dieser Vorschläge sind Kenntnisse im Rahmen eines einschlägigen Ingenieurstudiums erforderlich.

## 2 Methode der unterbestimmten Kopplungsbilanzen

Die mathematische Beschreibung der Ökonomie technologisch gekoppelter Energiesektoren erfordert besondere Wirtschaftsmodelle. Diese Modelle spiegeln technisch/wirtschaftliche Zusammenhänge makroskopisch wider. Technologische Details treten zwangsläufig in den Hintergrund. Modelle für Energiesektoren und deren Kopplungen basieren auf Bilanzen um relevante Systemelemente, wie Anlagen zur Produktion, Distribution und Konsumtion von Energie, Arbeit und Wärme. Die Bilanzen erfassen sämtliche Ströme und Speicher von Energie und/oder Energieträgern.

Bilanzbasierte Kopplungsmodelle stellen komplexe innere Zusammenhänge von Versorgungssystemen mit systembeschreibenden Variablen in einem unterbestimmten Gleichungssystem dar. Unterbestimmte Gleichungssysteme weisen unendliche, möglicherweise mehrfach unendliche Lösungsmengen auf. Der Grad der Unterbestimmtheit  $d$  ist die Differenz aus der Anzahl systembeschreibender Variablen  $v$  und dem Rang  $r$  des Gleichungssystems. Dieser Grad  $d = v - r$  gibt als Freiheitsgrad des Systems, die Zahl frei wählbarer systembeschreibender Variablen für wirtschaftliche Entscheidungen und Optimierungen an.

Die Methode der unterbestimmten Kopplungsbilanzen ermöglicht die Separation der systembeschreibenden Variablen in einen unabhängigen und einen anhängigen Teil. Die unabhängigen Variablen sind  $d$  frei wählbare technologische Entscheidungsgrößen, welche  $r$  kausal abhängige technologische Folgegrößen über modifizierte Kopplungsbilanzen eindeutig festlegen [5].

Entscheidungs- und Folgegrößen charakterisieren als systembeschreibende Variablen den technologischen und wirtschaftlichen Zustand des Versorgungssystems eindeutig. Damit ist das System ökonomisch bewertbar. Die Ermittlung ökonomischer Kenngrößen, wie z.B. Betriebskosten, erfolgt mit den systembeschreibenden Variablen mittels speziell für das Versorgungssystem formulierten Zielfunktionen. Die Zielfunktionen sind wichtiges Element für die Optimierung des Versorgungssystems [9, 10].

## 2.1 Kopplungsmodelle - Einführendes Beispiel

Häufig werden Wohngebiete von mehreren Heizanlagen über ein Wärmenetz thermisch versorgt. Abbildung 1 zeigt drei Heizwerke, welche Wärme für einen Gebäudekomplex bereitstellen. Das Wärmenetz realisiert Transport und Verteilung der Wärmeträgerströme. Aus makroskopischer Sicht sowie der (nicht zwingenden) Annahme stets ausreichender Transportkapazität wird das Netz als nachrangig angesehen und findet daher keine Berücksichtigung im Modell. Selbstverständlich ist es möglich, die Förderleistungen der Pumpen mit einem separaten Netz-Modell zu ermitteln [11].

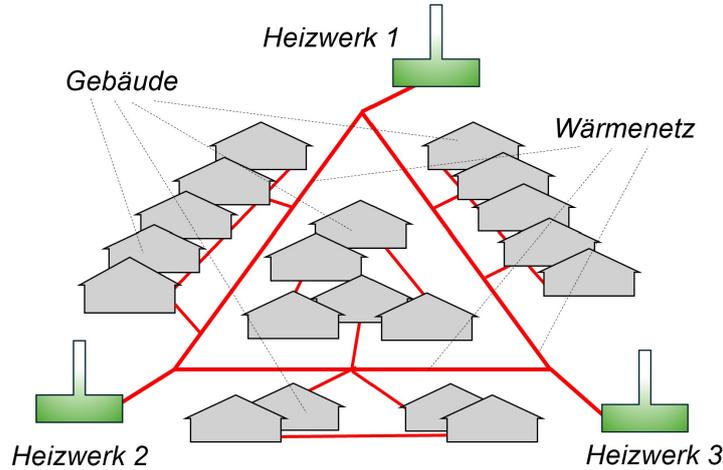


Abbildung 1: Drei Heizwerke versorgen einen Gebäudekomplex per Wärmenetz

Wichtiges Prinzip für Kopplungsmodelle ist die simultane Übereinstimmung von Produktion und Konsumption. D.h. der aktuelle Wärmebedarf des Gebäudekomplexes sei  $\dot{Q}_{hz}$  und entspricht der Summe der momentan eingespeisten thermischen Leistungen von drei Heizanlagen  $\dot{Q}_1$ ,  $\dot{Q}_2$  und  $\dot{Q}_3$ . Somit gilt die Wärmebilanz:

$$\dot{Q}_{hz} = \dot{Q}_1 + \dot{Q}_2 + \dot{Q}_3 \quad (1)$$

Gleichung (1) weist eine meteorologisch vorgegebene Konstante  $\dot{Q}_{hz}$  und drei Variablen  $\dot{Q}_1$ ,  $\dot{Q}_2$  und  $\dot{Q}_3$  auf. Diese Beziehung ist zweifach unterbestimmt und damit nicht eindeutig lösbar. Erst nach Vorgabe von zwei Variablen liegt eine eindeutige Lösung für die dritte Variable vor. Für die zweifach unendliche Lösungsmenge der Variable  $\dot{Q}_3$  in Abhängigkeit der Variablen  $\dot{Q}_1$  und  $\dot{Q}_2$  gilt

$$\dot{Q}_3 = \dot{Q}_{hz} - \dot{Q}_1 - \dot{Q}_2 \quad (2)$$

Im Sinne der Optimierung des Versorgungssystems sind die Heizleistungen  $\dot{Q}_1$  und  $\dot{Q}_2$  unabhängige Entscheidungsvariablen und die Heizleistung  $\dot{Q}_3$  ist Folgegröße.

Heizanlagen weisen eine untere Mindestlast und eine obere Spitzenlast auf, d.h. die Entscheidungsgrößen  $\dot{Q}_1$  und  $\dot{Q}_2$  unterliegen expliziten Grenzen. Die Ungleichungen (3) beschreiben mit den unteren Lastgrenzen  $\dot{Q}_i^u$  sowie den oberen Lastgrenzen  $\dot{Q}_i^o$  die Ausdehnung eines zweidimensionalen Entscheidungs- bzw. Optimierungsraumes

$$\begin{aligned} \dot{Q}_1^u &\leq \dot{Q}_1 \leq \dot{Q}_1^o \\ \dot{Q}_2^u &\leq \dot{Q}_2 \leq \dot{Q}_2^o \end{aligned} \quad (3)$$

Da für Variable  $\dot{Q}_3$  ebenfalls explizite Grenzen gelten, unterliegen die Entscheidungsgrößen  $\dot{Q}_1$  und  $\dot{Q}_2$  mit Gleichung (2) impliziten Grenzen. Die entsprechende Ungleichung (4) lautet

$$\dot{Q}_3^u \leq \dot{Q}_{hz} - \dot{Q}_1 - \dot{Q}_2 \leq \dot{Q}_3^o \quad (4)$$

Die Leistungen von zwei Anlagen  $\dot{Q}_1$  und  $\dot{Q}_2$  sind innerhalb der Grenzen (3 und 4) beliebig wählbar. Die Gesamtbilanz (1) bleibt dabei stets erfüllt.

Die Abbildung 2 zeigt ein Koordinatensystem mit orthogonalen Achsen für die Entscheidungsgrößen  $\dot{Q}_1$  und  $\dot{Q}_2$  sowie einer geneigten linear abhängigen Achse für die Folgegröße  $\dot{Q}_3$ . Jede Achse weist drei technologisch relevante Marken auf. Diese sind  $\dot{Q}_i^s$  für Stillstand sowie  $\dot{Q}_i^u$  und  $\dot{Q}_i^o$  für die untere und obere Lastgrenze.

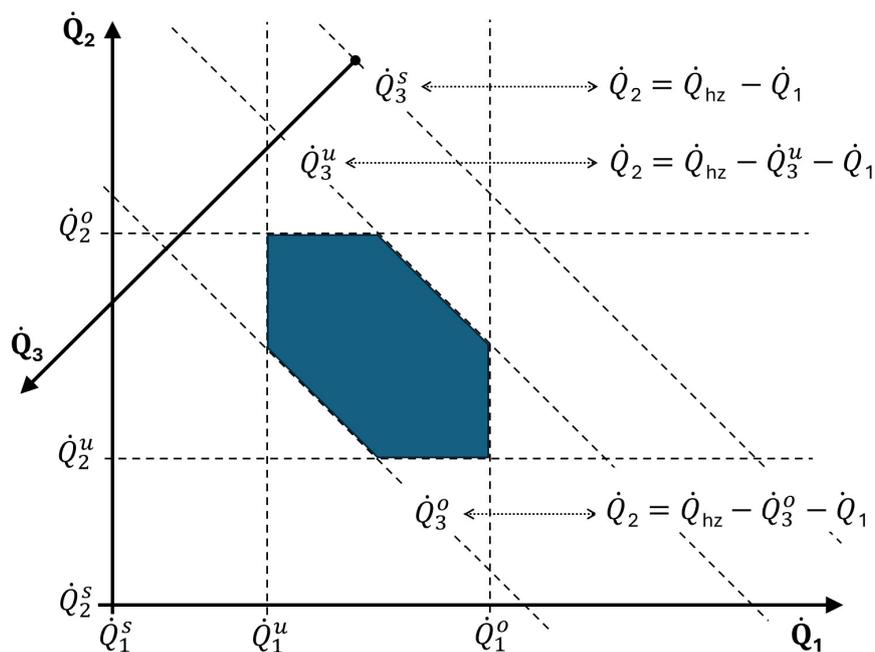


Abbildung 2: Entscheidungsraum der unabhängigen Größen  $\dot{Q}_1$  und  $\dot{Q}_2$

Die expliziten unteren und oberen Grenzen der Entscheidungsgrößen ( $\dot{Q}_1^u$ ,  $\dot{Q}_1^o$ ,  $\dot{Q}_2^u$  und  $\dot{Q}_2^o$ ) bilden ein Rechteck, dessen rechte obere Ecke und linke untere Ecke durch die impliziten Grenzen ( $\dot{Q}_3^u$  und  $\dot{Q}_3^o$ ) „abgeschnitten“ sind. Die sechseckige farbige Fläche erfasst den zwei-dimensionalen Entscheidungsraum für das Versorgungssystem. Sämtliche Punkte innerhalb dieser Fläche gewährleisten die geforderte Heizleistung  $\dot{Q}_{hz}$  für den Gebäudekomplex.

Steigender Heizbedarf des Gebäudekomplexes bewirkt eine Verschiebung der Folgegrößen-Achse  $\dot{Q}_3$  des Heizwerkes 3 nach „rechts oben“, sodaß der Entscheidungsraum zu einem kleinen Dreieck schrumpft. Bei weiter steigendem Heizbedarf (im Falle eines extremen Winters) tritt der Grenzfall auf, bei welchem die Wärmeproduktion sämtlicher Anlagen am Maximum liegt und der Entscheidungsraum des Versorgungssystems in einem Punkt

zusammenfällt.

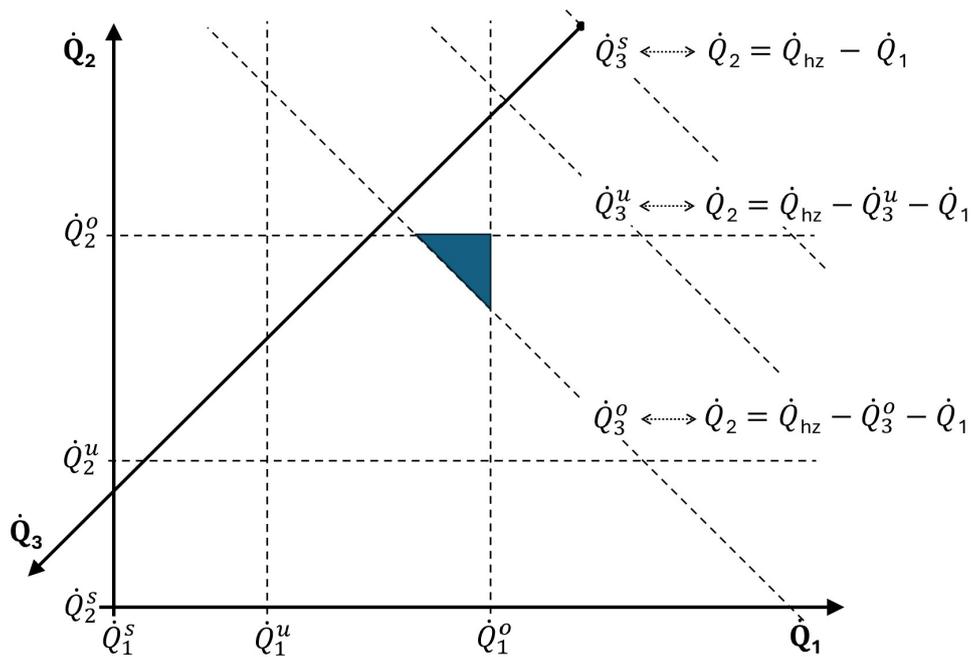


Abbildung 3: Verschiebung der Folgegröße  $\dot{Q}_3$  nach Lasterhöhung

Analog „rutscht“ die Achse  $\dot{Q}_3$  des Heizwerkes 3 bei Reduzierung der Gesamt-Heizleistung  $\dot{Q}_{hz}$  für den Gebäudekomplex nach „links unten“.

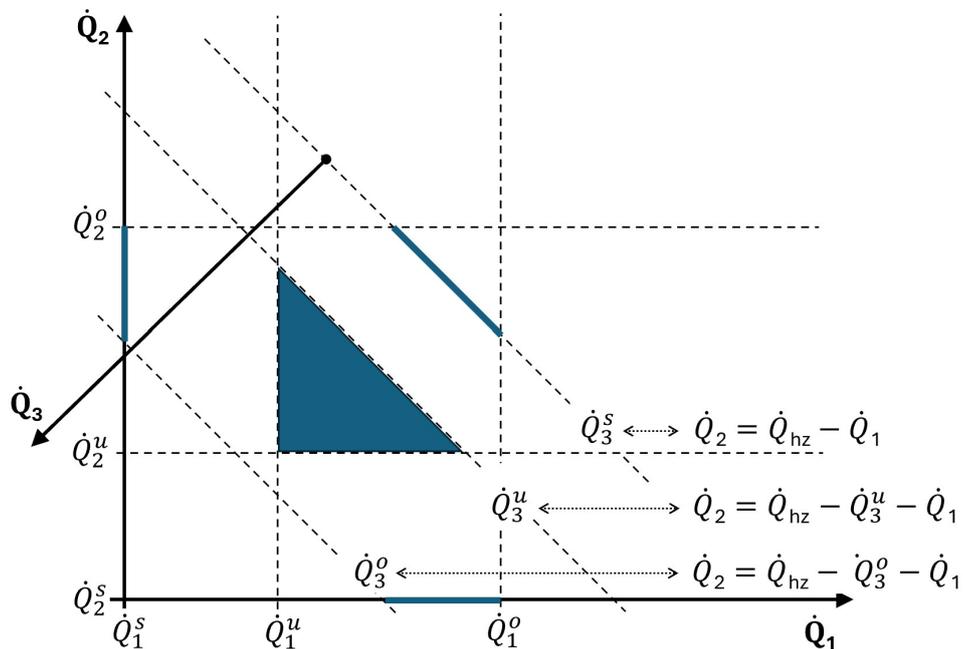


Abbildung 4: Verschiebung der Folgegröße  $\dot{Q}_3$  nach Lastabsenkung

Diese Verschiebung bewirkt interessanterweise neben der Beschränkung des zweidimensionalen Entscheidungsraumes, das Entstehen von drei separaten eindimensionalen Entscheidungsräumen, in denen jeweils ein Heizwerk im Stillstand ( $\dot{Q}_1^s$ ,  $\dot{Q}_2^s$  und  $\dot{Q}_3^s$ ) verharrt.

Die ökonomische Bewertung des Versorgungssystems erfolgt für zulässige Betriebspunkte (innerhalb der farbigen Flächen) mit einer Zielfunktion. Für Beispiel 1 weist die Zielfunktion  $Z$  die Brennstoffkosten für die Wärmeleistung der drei Heizanlagen aus, indem die Summe der Brennstoffströme  $\sum \dot{m}_i$  mit Brennstoffpreis  $\varkappa_{Br}$  und Betriebszeit  $T_B$  multipliziert wird

$$Z = (\dot{m}_1 + \dot{m}_2 + \dot{m}_3) \varkappa_{Br} T_B \Rightarrow \text{Min!} \quad (5)$$

Die Ermittlung der Brennstoffströme  $\dot{m}_i$  für die Produktion der Wärmeleistung  $\dot{Q}_i$  erfolgt über die spezifische Verbrennungsenthalpie  $\Delta h_{Br}$  und den Wirkungsgrad  $\eta_i$  der jeweiligen Anlage

$$\dot{m}_i = \frac{\dot{Q}_i}{\Delta h_{Br} \eta_i} \quad (6)$$

Ist der Wirkungsgrad  $\eta_i$  konstant liegt der einfachste Fall, eine lineare Zielfunktion vor. Häufig sind Wirkungsgrade von Heizanlagen  $\eta_i = f(\dot{Q}_i)$  lastabhängig, wodurch eine schwach nichtlineare Zielfunktion entsteht.

## 2.2 Verallgemeinertes Kopplungsmodell zur Kausalitätsanalyse

Für komplexe Versorgungssysteme können systembeschreibende Gleichungs- und Ungleichungssysteme sehr umfangreich sein. Die konsequente Anwendung der linearen Algebra in Form von Matrizen und Vektoren gewährleistet Übersichtlichkeit bei der Erstellung von Modellen und bietet hervorragende Voraussetzungen für rechen-technische Umsetzungen. Die vorgestellte Methode gestattet den formalisierten Aufbau von Modellen für beliebige Aufgabenstellungen der Sektorenkopplung [7, 8, 12].

Abbildung 5 zeigt ein kommunales Energieversorgungssystem mit fünf verschiedenen Kleinkraftwerken, einem Kleinkraftwerk zur Abdeckung von Spitzenlasten der Stromversorgung „1“, einem ölbetriebenen Blockheizkraftwerk „2“, einem Gasheizwerk „3“, einem gasbetriebenen Blockheizkraftwerk „4“ und einem Ölheizwerk „5“.

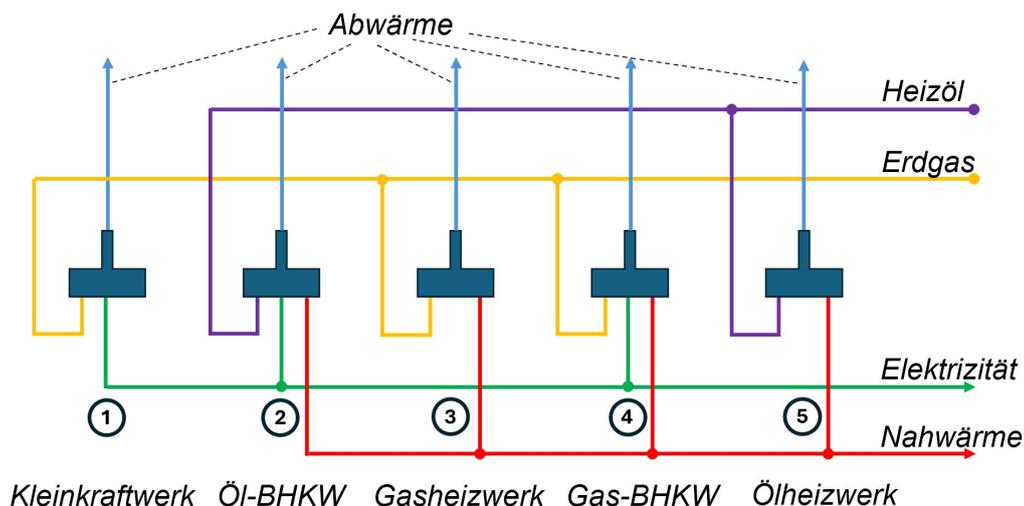


Abbildung 5: Regionales Energieversorgungssystem mit fünf Produktionsanlagen

Die Aufgabe des Versorgungssystems ist kostenminimale Produktion des vorgegebenen zeitlich variierenden Bedarfs an Elektrizität und Heizwärme. Dazu ist ein vorab vereinbartes konstantes Kontingent an Erdgas zu nutzen. Zusätzlicher Energieträgerbedarf erfolgt mit bevorratetem Heizöl. D.h. das System wird nicht monokriteriell, sondern strom-, wärme- und gasgeführt betrieben!

Das allgemeine mathematische Modell zur Sektorenkopplung erfordert eine Kopplungsmatrix  $\underline{\mathbf{K}}$ . Diese Matrix formuliert stoffliche und energetische Kopplungen des Versorgungssystems auf der Basis von Bilanzen über Edukte und Produkte. Diese Bilanzen sind i.A. linear. Nichtlinearitäten erfordern Anpassungen per Jacobi-Matrix. Im vorliegenden Fall umfassen zwei Bilanzen die Energieträger Gas und Öl, zwei Bilanzen die Energiedienstleistungen Strom und Wärme sowie eine optionale Bilanz die Energieabgabe an die Umgebung. Im Sinne der besseren Übersicht ist es günstig, Energie- und Stoffkopplungen in abstrakter Form als Raster-Schema darzustellen. Die Abbildung 6 zeigt das Raster-Schema für die Kopplung von Energie- und Stoffströmen.

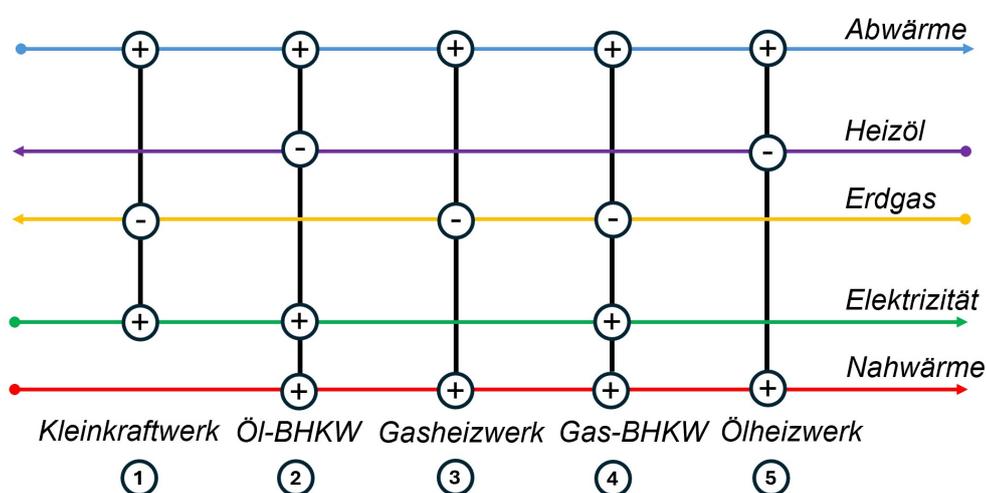


Abbildung 6: Raster-Schema des Energiesystem

Das Raster-Schema veranschaulicht die Bilanzen des Systems und erleichtert den nachfolgenden gedanklichen Übergang zur Matrizen-Darstellung

$$\begin{array}{l}
 \text{Abwärme:} \quad + \Delta \dot{H}_1 \quad + \Delta \dot{H}_2 \quad + \Delta \dot{H}_3 \quad + \Delta \dot{H}_4 \quad + \Delta \dot{H}_5 \quad - \Delta \dot{H}_{ab} = 0 \\
 \text{Heizöl:} \quad \quad \quad - \dot{m}_2 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad - \dot{m}_5 \quad + \dot{m}_{oel} = 0 \\
 \text{Erdgas:} \quad - \dot{V}_1 \quad \quad \quad \quad - \dot{V}_3 \quad - \dot{V}_4 \quad \quad \quad + \dot{V}_{gas} = 0 \\
 \text{Elektrizität:} \quad + P_1 \quad + P_2 \quad \quad \quad + P_4 \quad \quad \quad - P_{el} = 0 \\
 \text{Nahwärme:} \quad \quad \quad + \dot{Q}_2 \quad + \dot{Q}_3 \quad + \dot{Q}_4 \quad + \dot{Q}_5 \quad - \dot{Q}_{hz} = 0
 \end{array} \quad (7)$$

Es ist erforderlich, für jedes Kleinkraftwerk eine relevante Systemvariable festzulegen. Es ist günstig für Anlagen mit Stromproduktion die elektrische Leistung  $P_i$ , anderenfalls die thermische Leistung  $\dot{Q}_i$  zu verwenden. Jede Systemvariable hängt mit den restlichen Bilanzgrößen der jeweiligen Anlage zusammen. Somit sind Bilanzgrößen einer Anlage durch

die Gleichungen (8) immer als Funktion ihrer Systemvariablen darstellbar.

$$\begin{aligned} \text{Heizöl: } P_i &= \dot{m}_i \Delta h_{oel} \eta_{el} & \dot{Q}_i &= \dot{m}_i \Delta h_{oel} \eta_{hz} \\ \text{Erdgas: } P_i &= \dot{V}_i \Delta h_{gas} \eta_{el} & \dot{Q}_i &= \dot{V}_i \Delta h_{gas} \eta_{hz} \end{aligned} \quad (8)$$

Durch entsprechende Umstellung der Gleichungen (8) entstehen Verteilungskoeffizienten  $a_i$  für Abwärme,  $o_i$  für Heizöl,  $g_i$  für Heizgas und  $q_i$  für Wärme. Gemäß dem Raster-Schema entsteht ein lineares Gleichungssystem, welches die Bilanzen als Verknüpfung der Systemvariablen  $\underline{\mathbf{V}}$  und der Bilanzgrößen  $\underline{\mathbf{B}}$  mit der Kopplungsmatrix  $\underline{\mathbf{K}}$  darstellt

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ 0 & -o_2 & 0 & 0 & -o_5 \\ -g_1 & 0 & -g_3 & -g_4 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & q_2 & 1 & q_4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \dot{Q}_3 \\ P_4 \\ \dot{Q}_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\Delta \dot{H}_{ab} \\ +\dot{m}_{oel} \\ +\dot{V}_{gas} \\ -P_{el} \\ +\dot{Q}_{hz} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \underline{\mathbf{K}} \quad \underline{\mathbf{V}} \quad + \quad \underline{\mathbf{B}} &= \underline{\mathbf{0}} \end{aligned} \quad (9)$$

Die Kopplungsmatrix mit den Verteilungskoeffizienten lautet im Detail

$$\underline{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} \frac{1-\eta_{el}}{\eta_{el}} & \frac{1-\eta_{el}-\eta_{hz}}{\eta_{el}} & \frac{1-\eta_{hz}}{\eta_{hz}} & \frac{1-\eta_{el}-\eta_{hz}}{\eta_{el}} & \frac{1-\eta_{hz}}{\eta_{hz}} \\ 0 & -\frac{1}{\Delta h_{oel} \eta_{el}} & 0 & 0 & -\frac{1}{\Delta h_{oel} \eta_{el}} \\ -\frac{1}{\Delta h_{gas} \eta_{el}} & 0 & -\frac{1}{\Delta h_{gas} \eta_{el}} & -\frac{1}{\Delta h_{gas} \eta_{el}} & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{\eta_{hz}}{\eta_{el}} & 1 & \frac{\eta_{hz}}{\eta_{el}} & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

In den weiteren Ausführungen gelten für die Verbrennungsenthalpie von Heizöl und Ergas sowie die Wirkungsgrade zur Produktion von Strom und Wärme folgende Parameter

$$\begin{aligned} \Delta h_{oel} &= 10.0 \text{ kWh kg}^{-1} & \eta_{el} &= 8/25 = 0.32 \\ \Delta h_{gas} &= 10.0 \text{ kWh m}_N^{-3} & \eta_{hz} &= 16/25 = 0.64 \text{ (Kraft-Wärme-Kopplung)} \\ & & \eta_{hz} &= 24/25 = 0.96 \text{ (nur Heizwärme)} \end{aligned}$$

Das vorliegende System wird strom-, wärme und gasgeführt gefahren. Daher sind für die gekoppelten Sektoren die Gasbilanz, die Strom- und Wärmebilanz von Bedeutung. Die entsprechenden Gleichungen (Zeilen 3, 4 und 5) ergeben das reduzierte Gleichungssystem (11) mit der reduzierten Kopplungsmatrix  $\underline{\mathbf{K}}^R$ . Abwärme und Heizöleinsatz sind nachrangig, wodurch die entsprechenden Zeilen (1 und 2) entfallen. Der reduzierte Bilanzvektor  $\underline{\mathbf{B}}^R$  wird formal mit einer Einheitsmatrix  $\underline{\mathbf{E}}$  in das Gleichungssystem mit eingebunden.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} -5/16 & 0 & -5/48 & -5/16 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ \dot{Q}_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ \dot{Q}_5 \end{bmatrix} &= - \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_{Gas} \\ -P_{el} \\ -\dot{Q}_{hz} \end{bmatrix} \\ \underline{\mathbf{K}}^R \quad \underline{\mathbf{V}} &= \underline{\mathbf{-E}} \quad \underline{\mathbf{B}}^R \end{aligned} \quad (11)$$

Das entstandene Gleichungssystem (11) ist unterbestimmt. Mit  $v = 5$  Variablen und einem Rang der Koeffizientenmatrix  $r = 3$  weist es eine  $d = 2$  zweifach unendliche Lösungsmenge auf. Es liegt somit eine zweidimensionale Optimierungsaufgabe vor. Mit einem modifizierten Gauss-Jordan-Verfahren entsteht gemäß Gleichung (12) aus der reduzierten Kopplungsmatrix  $\underline{\underline{\mathbf{K}}}^R$  die Zeilenstufenform  $\underline{\underline{\mathbf{K}}}^J$  und aus der Einheitsmatrix  $\underline{\underline{\mathbf{E}}}$  die Jordan-Matrix  $\underline{\underline{\mathbf{J}}}$ , welcher einer Inversen entspricht

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/5 & -1/5 \\ 0 & 1 & 0 & 2/5 & 1/5 \\ 0 & 0 & 1 & 6/5 & 3/5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ \dot{Q}_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ \dot{Q}_5 \end{bmatrix} &= \frac{1}{25} \begin{bmatrix} 48 & -10 & 5 \\ -48 & -15 & -5 \\ 96 & 30 & -15 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_{Gas} \\ -P_{el} \\ -\dot{Q}_{hz} \end{bmatrix} \\ \underline{\underline{\mathbf{K}}}^J \underline{\underline{\mathbf{V}}} &= -\underline{\underline{\mathbf{J}}} \underline{\underline{\mathbf{B}}}^R \end{aligned} \quad (12)$$

Die Jordan-Matrix  $\underline{\underline{\mathbf{K}}}^J$  enthält eine Einheitsmatrix  $\underline{\underline{\mathbf{E}}}$  und eine Restmatrix  $\underline{\underline{\mathbf{R}}}$ . Der Vektor der Systemvariablen besteht analog aus dem Vektor der Folgegrößen  $\underline{\underline{\mathbf{V}}}_f$  und dem Vektor der Entscheidungsgrößen  $\underline{\underline{\mathbf{V}}}_e$ . D.h.

$$\begin{bmatrix} \underline{\underline{\mathbf{E}}} & \underline{\underline{\mathbf{R}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\underline{\mathbf{V}}}_f \\ \underline{\underline{\mathbf{V}}}_e \end{bmatrix} = -\underline{\underline{\mathbf{J}}} \underline{\underline{\mathbf{B}}}^R \quad (13)$$

Nach Spaltung der Matrix  $\underline{\underline{\mathbf{K}}}^J$  und Umstellung zeigt das Modell die Kausalität zwischen Entscheidungsgrößen  $\underline{\underline{\mathbf{V}}}_e$  und Folgegrößen  $\underline{\underline{\mathbf{V}}}_f$  eindeutig auf

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} P_1 \\ \dot{Q}_2 \\ P_3 \\ \underline{\underline{\mathbf{V}}}_f \end{bmatrix} &= \frac{1}{25} \begin{bmatrix} 48 & -10 & 5 \\ -48 & -15 & -5 \\ 96 & 30 & -15 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_{Gas} \\ -P_{el} \\ -\dot{Q}_{hz} \end{bmatrix} - \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \\ 6 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_4 \\ \dot{Q}_5 \\ \underline{\underline{\mathbf{V}}}_e \end{bmatrix} \\ \underline{\underline{\mathbf{V}}}_f &= -\underline{\underline{\mathbf{J}}} \underline{\underline{\mathbf{B}}}^R - \underline{\underline{\mathbf{R}}} \underline{\underline{\mathbf{V}}}_e \end{aligned} \quad (14)$$

Gleichung (14) beschreibt den zweidimensionalen Raum der Entscheidungsgrößen  $P_4$  (elektrische Leistung der Anlage 4) und  $\dot{Q}_5$  (thermische Leistung der Anlage 5). Für jede Wahl der Entscheidungsgrößen liefert diese Gleichung Folgegrößen, welche die Vorgabeparameter des reduzierten Bilanzvektors  $\underline{\underline{\mathbf{B}}}^R$  (strom-, wärme- und gasgeführt) exakt einhalten.

## 2.3 Grenzen des Entscheidungsraumes

Die Methode der unterbestimmten Kopplungsbilanzen zeigt multivariable Kausalitäten zwischen systembeschreibenden Variablen eines Versorgungssystems auf, um bilanzkonforme Lastverteilungen für Strom und Wärme zu ermöglichen. Die Lastverteilung erfordert die Einhaltung von Restriktionen.

Anlagen arbeiten nur zwischen Mindest- und Spitzenlast. Die Ungleichungen (15) beschreiben die expliziten unteren und oberen Grenzen der Entscheidungsgrößen  $P_4$  und  $\dot{Q}_5$

$$\begin{bmatrix} P_4^u \\ \dot{Q}_5^u \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} P_4 \\ \dot{Q}_5 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} P_4^o \\ \dot{Q}_5^o \end{bmatrix} \quad (15)$$

Die Lastgrenzen der Folgegrößen wirken gemäß Gleichung (14) als implizite Grenzen für die Entscheidungsgrößen

$$\begin{bmatrix} P_1^u \\ \dot{Q}_2^u \\ P_3^u \end{bmatrix} \leq \frac{1}{25} \begin{bmatrix} 48 & -10 & 5 \\ -48 & -15 & -5 \\ 96 & 30 & -15 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_{Gas} \\ -P_{el} \\ -\dot{Q}_{hz} \end{bmatrix} - \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \\ 6 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_4 \\ \dot{Q}_5 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} P_1^o \\ \dot{Q}_2^o \\ P_3^o \end{bmatrix} \quad (16)$$

Jede Ungleichung (15 und 16) weist mit Stillstand, unterer und oberer Grenze drei Grenzfälle in Form linearer Gleichungen auf, welche im Entscheidungsraum als Geraden darstellbar sind. Diese Geraden sind mögliche Grenzlinien des Entscheidungsraums. Abbildung 7 zeigt den Entscheidungsraum als unregelmäßiges Sechseck, welches von gepunkteten Linien für Stillstände, gestrichelten Linien für untere Grenzen und durchgezogenen Linien für obere Grenzen umgrenzt ist. Waagerechte und senkrechte Linien zeigen explizite, schräge Linien zeigen implizite Grenzen.

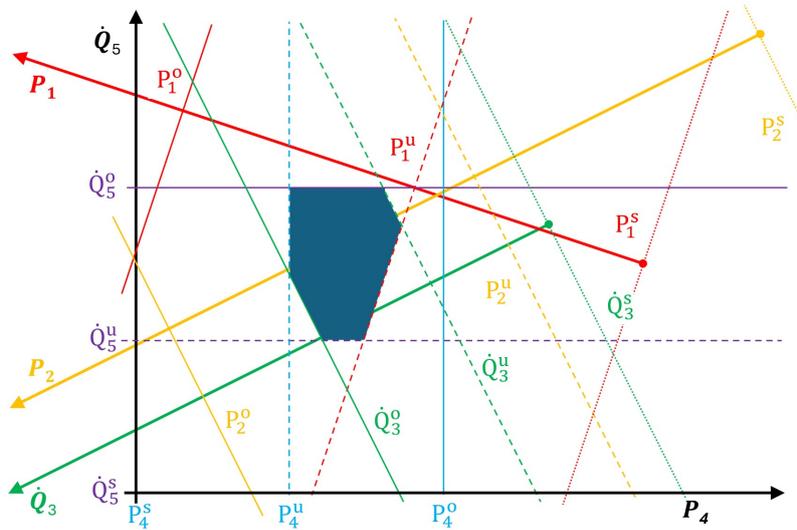


Abbildung 7: Raum der Entscheidungsgrößen  $P_4$ ,  $\dot{Q}_5$  sowie den Folgegrößen  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $\dot{Q}_3$

Im Falle eines zweidimensionalen Entscheidungsraumes zeigen die Lastgrenzen involvierter Anlagen die technologischen Möglichkeiten des Versorgungssystems grafisch sehr anschaulich. Die vorgestellten Modelle sind beliebig extrapolierbar und gelten selbstverständlich auch für höherdimensionale Entscheidungsräume. Die Anschaulichkeit und Mitteilungsfähigkeit der Resultate stellt an die Kreativität von Nutzer und Entwickler neue Anforderungen.

In  $d$ -dimensionalen Entscheidungsräumen existieren unter bestimmten Voraussetzungen untergeordnete Entscheidungsräume der Dimensionen  $d - 1$ ,  $d - 2$ , ..., 1 (siehe Abbildung 4). Mit der nachfolgend vorgestellten Hoek-Suche ist es möglich, Ungleichungssysteme bezüglich derartiger Strukturen zu analysieren.

### 3 Eigenschaften von Zielfunktionen

Die Optimierung von Energiesystemen erfordert die Bewertung von Betriebszuständen mit adäquaten Zielfunktionen. Es ist zum Beispiel günstig variable Kosten, d.h. die pro Zeit-

einheit entstehenden Betriebskosten oder den Einsatz primärer Energieträger zu verwenden. Darüber hinaus ist es möglich Zielfunktionen mit energietariflichen Besonderheiten auszustatten, welche im mathematischen Sinne Sprünge in der Zielfunktion verursachen. Realistische Zielfunktionen sollten keinen Einschränkungen wie z.B. Linearität, Stetigkeit, Differenzierbarkeit usw. unterliegen. Trotzdem ist es günstig zunächst von linearen Funktionen auszugehen.

Die mathematischen Eigenschaften der Zielfunktionen sind bei der Wahl von Optimierungsalgorithmen entscheidend. Ein Lösungsalgorithmus sollte das Optimum mit der jeweiligen Zielfunktion für jede Aufgabenstellung zuverlässig, nachprüfbar, hinreichend genau und vor allem schnell ermitteln.

### 3.1 Lineare und schwach nichtlineare Funktionen

Die Zielfunktion für Beispiel 1 beschreibt variable Kosten für Energieträger in Abhängigkeit von der Wärmeproduktion in den Heizanlagen  $\dot{Q}_1$ ,  $\dot{Q}_2$  und  $\dot{Q}_3$ . Bei Annahme eines konstanten Wirkungsgrades ist diese Zielfunktion linear und ist gut "handhabbar"

$$Z = \frac{\varkappa_{Br} T_B}{\Delta h_{Br} \eta} \dot{Q}_1 + \frac{\varkappa_{Br} T_B}{\Delta h_{Br} \eta} \dot{Q}_2 + \frac{\varkappa_{Br} T_B}{\Delta h_{Br} \eta} \dot{Q}_3 \Rightarrow Min! \quad (17)$$

Ein lastabhängiger Wirkungsgrad  $\eta_i = f(\dot{Q}_i)$  bewirkt schwach nichtlineare Summanden. Trotz dieser Nichtlinearität verhalten sich die Terme der Zielfunkt monoton steigend. D.h. die ersten Ableitungen der Zielfunktion sind in den zulässigen Intervallen der Systemvariablen stets positiv und ungleich Null. Abbildung 8 stellt diese Eigenschaften grafisch dar

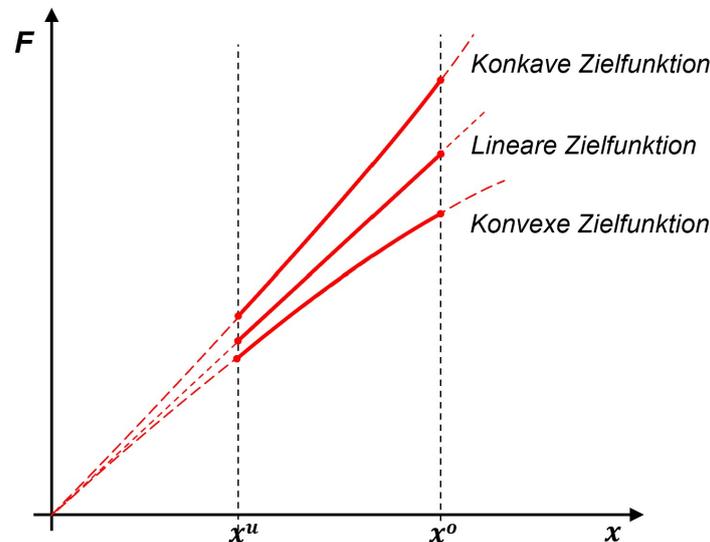


Abbildung 8: Monoton steigende lineare oder schwach nichtlineare Zielfunktion

Eine Funktion als Summe mehrerer monoton steigenden Funktionen ist ebenfalls monoton steigend. Deshalb treten Extremwerte der Zielfunktion nur an Grenzen des Leistungsspektrums der involvierten Heizanlagen auf. Für lineare und schwach nichtlineare Zielfunktionen ist daher die Hoek-Suche eine sehr schnelle effektive Methode zur Lösung von Optimierungsaufgaben.

### 3.2 Zielfunktionen mit starken Nichtlinearitäten und Sprüngen

Es ist häufig der Fall, dass Zielfunktionen starke Nichtlinearitäten in Form von lokalen Extrema und Sprüngen aufweisen. Lokale Extrema sind bei Anlagen der Kraft-Wärme-Kopplung möglich, wenn bei diesen die prozentualen Anteile von Strom und Wärme situationsbedingt veränderbar sind. Unstetigkeiten in Form von Sprüngen treten an Leistungsmarken auf, bei denen die Bepreisung der Stromproduktion mit energietariflichen Zu- oder Abschlägen z.B. durch Fördermaßnahmen erfolgt.

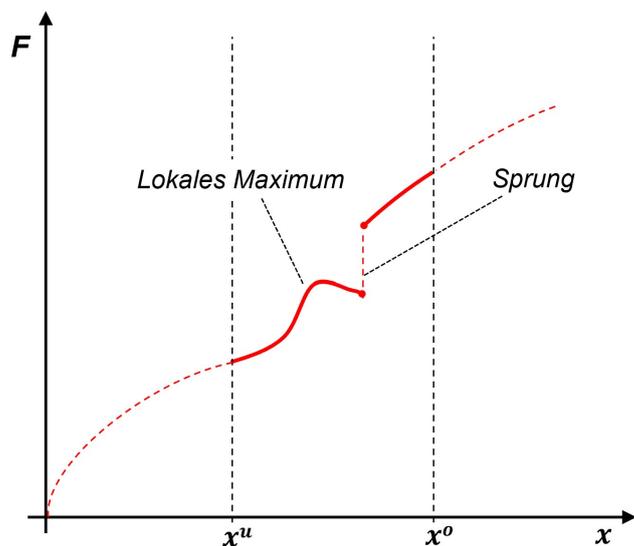


Abbildung 9: Nichtlineare Zielfunktion mit lokalem Maximum und Sprung

$$\text{Wenn } P \leq P \quad Z = \varkappa_1 T_B P \quad \text{sonst} \quad Z = \varkappa_2 T_B P \quad (18)$$

Starke Nichtlinearitäten in den Kostentermen einzelner Anlagen bewirken schwer einschätzbare Überlagerungen in der Zielfunktion des Versorgungssystems. Dadurch sind Optima nicht nur an Grenzlinsen zu erwarten, sondern können innerhalb des gesamten Entscheidungsraums auftreten. Für diese Fälle sind evolutionäre Suchalgorithmen, wie die Komplex-Methode nach Box [2] zielführend.

## 4 Lösung von Optimierungsaufgaben

Die Optimierung der Betriebsführung von Versorgungssystemen weist eine Besonderheit auf. Die Entscheidungsräume der meist nichtlinearen Zielfunktionen werden mit linearen Funktionen eingegrenzt. Dadurch ist die häufig angewendete Linearoptimierung nur in Ausnahmefällen erfolgreich. Nachfolgend wird eine einfache, zielführende Methode für lineare und monoton steigende nichtlineare Zielfunktionen, die Hoek-Suche vorgestellt. Für Zielfunktionen mit Extrema und/oder Unstetigkeiten hat sich eine evolutionäre Suche mit der Komplex-Methode nach Box bewährt [2, 6, 9]. Die Box-Methode fordert von einer Zielfunktion weder Monotonie, noch Differenzierbarkeit oder Stetigkeit.

## 4.1 Hoek-Suche

Mit der Hoek-Suche (niederländisch: Hoek = Ecke, gesprochen: Huck) werden Optima von linearen und monoton steigenden nichtlinearen Zielfunktionen schnell und sicher gefunden. Definitionsgemäß weisen derartige Zielfunktionen Extrema ausschließlich bei *drei* exponierten Betriebsituationen im Leistungsspektrum der involvierten Anlagen auf. Diese Situationen sind Stillstand, untere und obere Leistung, welche im  $d$ -dimensionalen Entscheidungsraum jeweils durch eine lineare Gleichung mit  $d$  Variablen darstellbar ist. Jede Kombination von  $d$  derartigen Gleichungen unterschiedlicher Anlagen weisen einen Schnittpunkt auf, welcher mit sämtlichen expliziten und impliziten Grenzen auf Zulässigkeit zu prüfen ist.

Die Abbildung 11 zeigt einen Ausschnitt des Entscheidungsraumes gemäß Abbildung 7 mit zwölf von 90 Schnittpunkten von den Geraden der Nebenbedingungen. Rote Punkte verstoßen gegen mindesten eine Nebenbedingung. Nur die grünen Punkte erfüllen sämtliche Nebenbedingungen und stellen zulässige Betriebspunkte dar und sind mit einer Zielfunktion bewertbar. Der grüne Punkt mit minimalem Zielfunktionswert repräsentiert das Optimum.

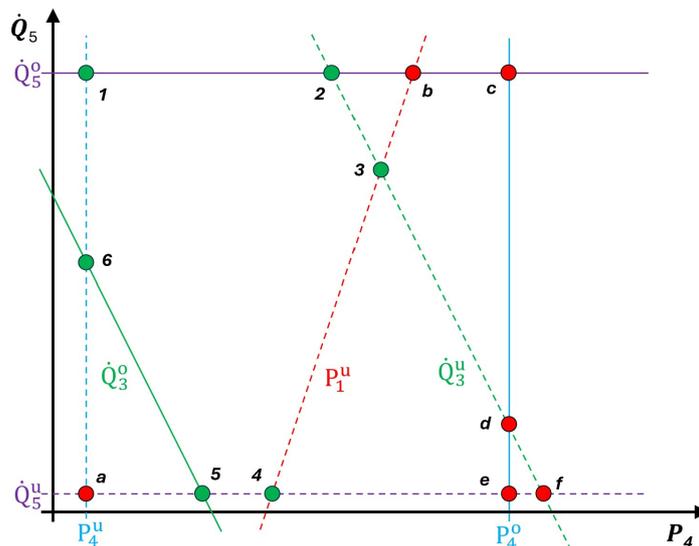


Abbildung 11: Hoek-Suche im Entscheidungsraum

Zur Bestimmung der Schnittpunkte sind sämtliche Ungleichungen (15) und (16) in ein Gleichungssystem (19) für die Grenzfälle zu überführen. Die oberen  $v - d$  Zeilen ergeben sich aus den impliziten Grenzen, die unteren  $d$  Zeilen aus den expliziten Grenzen nach Vorzeichenwechsel. Der Grenzvektor  $\underline{\mathbf{G}}^b$  beinhaltet die Systemvariablen für die jeweiligen Betriebsituationen (Stillstand, untere oder obere Grenze)

$$\begin{bmatrix} 3/5 & -1/5 \\ 2/5 & 1/5 \\ 6/5 & 3/5 \\ -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_4 \\ \dot{Q}_5 \end{bmatrix} = \frac{1}{25} \begin{bmatrix} 48 & -10 & 5 \\ -48 & -15 & -5 \\ 96 & 30 & -15 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_{Gas} \\ -P_{el} \\ -\dot{Q}_{hz} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} P_1^b \\ \dot{Q}_2^b \\ P_3^b \\ P_4^b \\ \dot{Q}_5^b \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\begin{bmatrix} \underline{\mathbf{R}} \\ -\underline{\mathbf{E}} \\ \underline{\mathbf{M}} \end{bmatrix} \quad \underline{\mathbf{V}}_e = \quad \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{J}} \\ \underline{\mathbf{0}} \\ \underline{\mathbf{J}}_0 \end{bmatrix} \quad \underline{\mathbf{B}}^R - \quad \underline{\mathbf{G}}^b$$

$$\underline{\mathbf{V}}_e = \quad \underline{\mathbf{J}}_0 \quad \underline{\mathbf{B}}^R - \quad \underline{\mathbf{G}}^b$$

Offensichtlich liegt ein überbestimmtes Gleichungssystem mit  $v$  Gleichungen und  $d$  Unbekannten vor. Jede Zeile der Matrixgleichung (19) repräsentiert eine Geradengleichung im Entscheidungsraum. Jeweils  $d$  Geraden erzeugen einen Schnittpunkt, welcher mit ihren Gleichungen berechenbar ist. Somit existieren für  $v$  linear unabhängige Gleichungen und  $d$  erforderlichen exakt  $k = \binom{v}{d}$  Zeilenkombinationen, welche bestimmte Gleichungssysteme der Form (20) bilden.

$$\underline{\mathbf{V}}_e^h = \underline{\mathbf{M}}_k^{-1} \left( \underline{\mathbf{J}} \underline{\mathbf{B}}^R - \underline{\mathbf{G}}_k^b \right) \quad (20)$$

Die Elemente des Vektors  $\underline{\mathbf{G}}_k^b$  nehmen drei Werte an (Stillstand, untere und obere Grenze). Es existieren  $n = 3^d$  Variationen und jedes Gleichungssystem beschreibt ebenso viele Schnittpunkte. Insgesamt existieren  $s = k \cdot n$  Schnittpunkte.

In Abbildung 7 weisen sämtliche unteren Grenzen den Wert 100 kW bzw. die oberen Grenzen den Wert 200 kW auf. So ergibt zum Beispiel die Kombination der unteren Grenzen der Systemvariablen  $P_1^u = 100 \text{ kW}$  und  $\dot{Q}_3^u = 100 \text{ kW}$  die nachfolgende Lösung, welche der Mitte-Rechts-Ecke (Punkt 3) des Zielgebietes in Abbildung 11 entspricht.

$$\begin{bmatrix} P_4 \\ \dot{Q}_5 \end{bmatrix}_{12} = 5 \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}^{-1} \left( \frac{1}{25} \begin{bmatrix} 48 & -10 & 5 \\ 96 & 30 & -15 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 95 \\ -400 \\ -880 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 100 \\ 100 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 170.7 \\ 180.0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

Dagegen folgt aus der Kombination der oberen Systemvariablen  $\dot{Q}_3^o = 200 \text{ kW}$  und der unteren Grenze der Systemvariablen  $P_4^u = 100 \text{ kW}$  die Lösung, welche in Abbildung 11 als Mitte-Links-Ecke (Punkt 6) das Zielgebiet begrenzt

$$\begin{bmatrix} P_4 \\ \dot{Q}_5 \end{bmatrix}_{34} = 5 \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ -5 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \left( \frac{1}{25} \begin{bmatrix} 96 & 30 & -15 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 95 \\ -400 \\ -880 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 200 \\ 100 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 100.0 \\ 154.7 \end{bmatrix} \quad (22)$$

Jede Lösung  $\underline{\mathbf{V}}_e^h$ , welche die Ungleichungssysteme der Nebenbedingungen (15 und 16) erfüllt, ist eine Ecke des zulässigen Lösungsraumes und erfährt die Bewertung mit der Zielfunktion. Bei der Suche eines Minimums repräsentiert die Ecke (u.U. die Ecken) mit minimalem Funktionswert das gesuchte Optimum.

## 4.2 Evolutionäre Suche

Mit beliebigen nichtlinearen Zielfunktionen ist für die Optimierung eine evolutionäre Suche basierend auf der Komplexmethode nach Box [2] hervorragend geeignet. Für die Zielfunk-

tion bestehen bei diesem Verfahren keine einschränkenden Anforderungen.

Zentrales Element der evolutionären Suche ist der Komplex, eine im  $d$ -dimensionalen Entscheidungsraum verteilte Menge von Punkten. Die Zahl der Komplexpunkte sollte etwa  $p \approx 2d$  betragen. Die Punkte  $\underline{\mathbf{P}}_1, \underline{\mathbf{P}}_2, \dots, \underline{\mathbf{P}}_p$  bilden jeweils einen Vektor mit  $d$  Entscheidungsgrößen.

Den nachfolgenden Beschreibungen liegt eine  $d = 2$  zweidimensionale Minimum-Suche mit  $p = 4$  Komplexpunkten zugrunde. Das Verfahren startet mit zufälliger Festlegung von  $p$  Startpunkten  $\underline{\mathbf{P}}_1, \underline{\mathbf{P}}_2, \dots, \underline{\mathbf{P}}_p$  und der Bestimmung des Schwerpunktes  $\underline{\mathbf{P}}_s$  dieser Punkte gemäß nachfolgender Beziehung

$$\underline{\mathbf{P}}_s = \frac{1}{p} \sum \underline{\mathbf{P}}_i \quad (23)$$

Nach Bewertung der Startpunkte durch die Zielfunktion werden diese neu sortiert. Die Reihung der Punkte erfolgt nach der Höhe des jeweils ermittelten Wertes der Zielfunktion  $Z_i = f(\underline{\mathbf{P}}_i)$ , sodass bei Suche eines Minimums folgende Ungleichung erfüllt ist

$$Z_1 < Z_2 < \dots < Z_p \quad (24)$$

Der Punkt  $\underline{\mathbf{P}}_1$  ist der Bestpunkt, da er den niedrigsten Funktionswert  $Z_1$  und der Punkt  $\underline{\mathbf{P}}_p$  der schlechteste Punkt, da dieser den höchsten Zielfunktionswert  $Z_p$  aufweist.

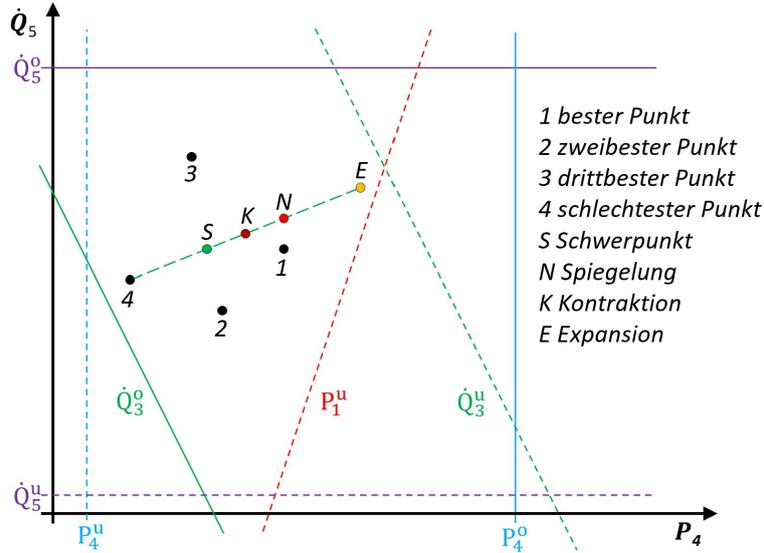


Abbildung 11: Evolutionäre Suche im Entscheidungsraum

Der Punkt  $\underline{\mathbf{P}}_p$  mit dem schlechtesten Zielfunktionswert  $Z_p$  liegt am linken Rand des Komplexes. Ziel des Verfahrens ist es den schlechtesten Punkt  $\underline{\mathbf{P}}_p$  durch einen neuen Punkt  $\underline{\mathbf{P}}_n$  mit niedrigerem Funktionswert  $Z_n$  zu ersetzen. Es ist zu vermuten, dass ein neuer Punkt  $\underline{\mathbf{P}}_n$  mit besserem Zielfunktionswert am gegenüberliegenden Rand des Komplexes zu finden sei. Daher wird dieser neue Punkt  $\underline{\mathbf{P}}_n$  durch Spiegelung des schlechtesten Punktes  $\underline{\mathbf{P}}_p$  am Schwerpunkt  $\underline{\mathbf{P}}_s$  des Komplexes mit dem Spiegelparameter  $\alpha = 1$  erhalten und mit der Zielfunktion bewertet

$$\underline{\mathbf{P}}_n = \underline{\mathbf{P}}_s + \alpha (\underline{\mathbf{P}}_s - \underline{\mathbf{P}}_p) = 2\underline{\mathbf{P}}_s - \underline{\mathbf{P}}_p \quad \text{und} \quad Z_n = Z(\underline{\mathbf{P}}_n) \quad (25)$$

Nun sind drei Fälle zu unterscheiden:

1. Der Zielfunktionswert  $F_n$  des neuen Punktes  $\underline{\mathbf{P}}_n$  ist bester Wert d.h.  $Z_n > Z_1$ . Nun ist es günstig die „Schrittweite“ zu vergrößern, indem der Komplex expandiert. Hierfür ist ein Spiegelparameter von  $\alpha = 2$  zu wählen. Für den Neupunkt  $\underline{\mathbf{P}}_n$  und seinen Funktionswert  $F_n$  gilt in diesem Fall

$$\underline{\mathbf{P}}_n = \underline{\mathbf{P}}_s + \alpha (\underline{\mathbf{P}}_s - \underline{\mathbf{P}}_p) = 3\underline{\mathbf{P}}_s - 2\underline{\mathbf{P}}_p \quad \text{und} \quad Z_n = Z(\underline{\mathbf{P}}_n) \quad (26)$$

2. Der neue Funktionswert  $F_n$  ist schlechtester Wert d.h.  $F_n > F_p$ , da die Spiegelung offenbar schon über das gesuchte Minimum  $\underline{\mathbf{P}}_{\min}$  hinausschritt. Die Schrittweite des Komplexes wird verringert, in dem der Komplex mit einem Spiegelfaktor  $\alpha = \frac{1}{2}$  kontrahiert und ein nächster Neupunkt ermittelt und bewertet wird

$$\underline{\mathbf{P}}_n = \underline{\mathbf{P}}_s + \alpha (\underline{\mathbf{P}}_s - \underline{\mathbf{P}}_p) = \frac{3}{2}\underline{\mathbf{P}}_s - \frac{1}{2}\underline{\mathbf{P}}_p \quad \text{und} \quad Z_n = Z(\underline{\mathbf{P}}_n) \quad (27)$$

3. Liegt der Zielfunktionswert  $Z_n$  zwischen bestem und schlechtestem Zielfunktionswert  $Z_1 < Z_n < Z_p$ , ist keine zusätzliche Aktion erforderlich.

Der Punkt  $\underline{\mathbf{P}}_p$  mit schlechtestem Wert sowie sein Zielfunktionswert  $Z_p$  sind durch den neuen Punkt  $\underline{\mathbf{P}}_n$  sowie den neuen Zielfunktionswert  $Z_n$  zu ersetzen

$$\underline{\mathbf{P}}_p = \underline{\mathbf{P}}_n \quad \text{und} \quad Z_p = Z_n \quad (28)$$

Nach Neuberechnung des Schwerpunktes  $\underline{\mathbf{P}}_s$  sowie dem Sortieren der Komplexpunkte nach Höhe ihres Zielfunktionswertes, wird wiederholt ein Neupunkt (zunächst mit Spiegelfaktor  $\alpha = 1, \dots$ ) ermittelt und bewertet. Dieser Vorgang ist hinreichend oft zu wiederholen bis der Komplex aufgrund vieler Kontraktionen am Ende des Suchverfahrens das Optimum eng umschließt.

Die evolutionäre Suche zusammengefasst: Zu Beginn bestimmt ein Zufallszahlengenerator die Startwerte. Nun erfolgt die Evolution, d.h. die Generierung neuer Punkte. Im Allgemeinen finden zunächst Expansionen, später einfache Spiegelungen und am Ende Kontraktionen statt. Infolge vieler Kontraktionen „umzingeln“ die Punkte des Komplexes den optimalen Punkt. Das Kriterium für den Abbruch der Suche ist die geringe räumliche Ausdehnung des Komplexes oder die hinreichende Gleichheit der Zielfunktionswerte der Komplexpunkte.

## 5 Versorgungssicherheit mit Speichern

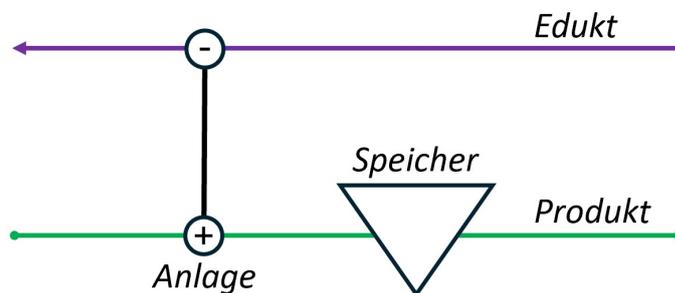
Speicher erfüllen in der Energietechnik zwei grundsätzliche Aufgaben. Einerseits gleichen Speicher zeitliche Schwankungen zwischen Bedarf und Produktion aus. Andererseits kompensieren Speicher Totalausfälle bei Energiedienstleistungen und/oder Energieträgern.

Die anzustrebende Kongruenz der Lastprofile für Energiedienstleistungen ist bei Produktion und Konsumption durch sinnvolle Verschiebung individueller Leistungsspitzen erreichbar [1]. Zu beachten sind jedoch unterschiedliche dynamische Eigenschaften bei Bereitstellung und Anwendung der Energiedienstleistungen. Meist sind spontane Bedarfsänderungen für träge reagierende Produktionssysteme etwas problematisch. Derartige Situationen

sind mit Speichersystemen abwendbar. Speicher für Energie oder Energieträger sind daher in Systemen zur Energieversorgung häufig anzutreffende Elemente.

Desweiteren kompensieren Speicher Totalausfälle von Anlagen für Energiedienstleistungen und/oder zur Bereitstellung von Energieträgern. Der Speicherinhalt gleicht kurzzeitige Störungen verzögerungsfrei aus. Wichtige Parameter sind die Speichergröße und die Geschwindigkeit der Wiederauffüllung des Speichers.

Die technisch/wirtschaftliche Bedeutung von Speichern ist qualitativ leicht begründbar. Dagegen ist der quantitative Nutzen von Speichern in Relation zum Aufwand schwieriger nachweisbar. Dieser Umstand erschwert optimale Dimensionierungen von Speichersystemen.



Anlage 12: Allgemeines Schema des Systems „Anlage-Speicher“

Beide Einsatzmöglichkeiten für Energiespeicher erfordern unterschiedliche methodische Herangehensweisen. Schwankungen des Energiebedarfs weisen meist einen wiederkehrenden Charakter mit hoher Reproduktion auf. Diese Einsatzbedingungen des Speicher sind zyklisch deterministisch. Dagegen erfordert die Beschreibung der Eigenschaften von Speichern unter stochastischen d.h. zufälligen Einflüssen wahrscheinlichkeitstheoretische Ansätze.

## 5.1 Zyklisch deterministische Lastprofile

Häufig weisen Versorgungsprofile eine zyklische Wiederkehr auf z.B. kurzzeitige Spitzenlast zu bestimmten Tageszeiten. Mit einem Speicher ist es möglich, Spitzenlasten mit Minderlasten innerhalb eines Zyklus auszugleichen und somit das Lastprofil zu „glätten“. Abbildung 13 zeigt im oberen Teil einen unausgeglichene Lastgang. Die sprunghaft veränderliche zyklische Lastanforderung wird durch entsprechende Speicherentnahme  $\dot{C}_E = f(t)$  erfüllt. Der Lastanforderung steht im vereinfachten Beispiel eine konstante Produktion zur Spei-

cherfüllung  $\dot{C}_F$  gegenüber.

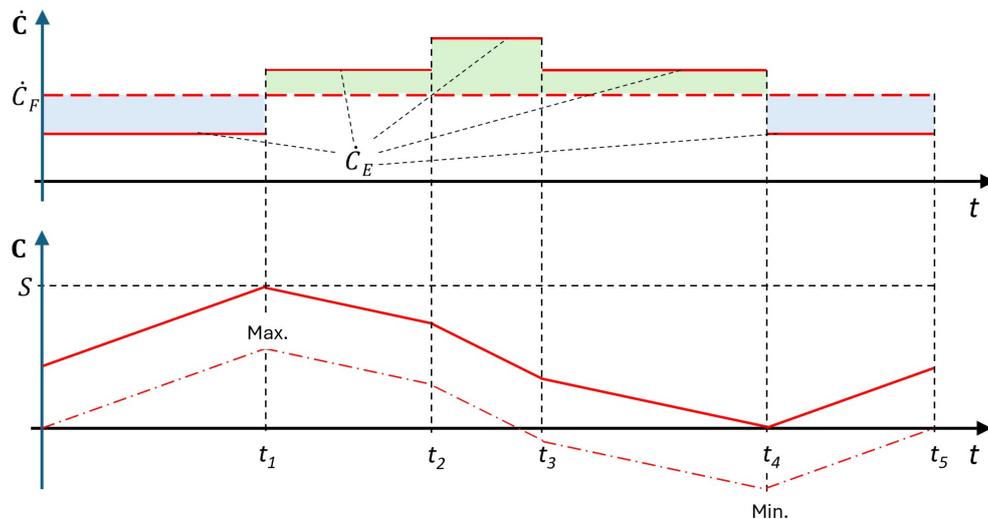


Abbildung 13: Speicher zum Ausgleich zyklischer Bedarfsschwankungen

| Intervall       | Füllung | Entnahme | Speicher |
|-----------------|---------|----------|----------|
| $0 \dots t_1$   | 100%    | 60%      | Füllung  |
| $t_1 \dots t_2$ | 100%    | 120%     | Entnahme |
| $t_2 \dots t_3$ | 100%    | 150%     | Entnahme |
| $t_3 \dots t_4$ | 100%    | 120%     | Entnahme |
| $t_4 \dots t_5$ | 100%    | 60%      | Füllung  |

Im unteren Teil der Abbildung 13 zeigt die gestrichelte Linie den fiktiven Inhalt des Speichers. Im Zeitintervall 0 bis  $t_1$  steigt der fiktive Inhalt von  $C = 0$  infolge der konstanten Füllmenge  $\dot{C}_F$  und der verminderten Entnahme  $\dot{C}_E$  zu einem Maximum  $C_{\max}$  an. Die Füllgeschwindigkeit des Speichers beträgt  $\Delta\dot{C} = \dot{C}_F - \dot{C}_E$ . Im Zeitintervall  $t_1$  bis  $t_2$  steigt die Entnahme  $\dot{C}_E$ , sodaß der Speicherinhalt  $C$  mit negativer Geschwindigkeit  $\Delta\dot{C}$  abnimmt. Die weiter gesteigerte Entnahme  $\dot{C}_E$  senkt den Speicherinhalt fiktiv in den negativen Bereich. Der fiktive Speicherinhalt erreicht zur Zeit  $t_4$  sein Minimum  $C_{\min}$ . Anschließend geht die Entnahme  $\dot{C}_E$  deutlich zurück, sodass der fiktive Speicherinhalt am Ende der Zykluszeit  $t_5$  auf  $C = 0$  gefüllt ist. Mit dem Wert 0 am Ende eines Zyklus entspricht die Füllung des Speichers seiner Entnahme, allerdings zeitlich versetzt.

Verallgemeinert gilt für den zeitlichen Verlauf des fiktiven Speicherinhaltes  $C(t)$  das nachfolgende Integral

$$C(t) = \int_0^t (\dot{C}_F - \dot{C}_E) dt \quad (29)$$

Für den Ausgleich von Schwankungen zwischen Füllung  $\dot{C}_F$  und Entnahme  $\dot{C}_E$  des Speichers gelten am Anfang und am Ende der Zykluszeit  $t_z$  die Bedingungen  $C(0) = 0$  und  $C(t_z) = 0$ . Die Mindestspeichergröße beträgt

$$S \geq C_{\max} - C_{\min} \quad (30)$$

Durch Anhebung der roten gestrichelten Linie für den fiktiven Speicherinhalt im unteren Teil von Abbildung 13, um den Betrag des Minimums  $|C_{\min}|$  entsteht die rote durchgezogene Linie, welche das reale zeitliche Profil des Speichers mit der Größe  $S$  zeigt. Damit sind die vorstehenden mathematischen Aussagen grafisch veranschaulicht.

## 5.2 Lastprofile mit stochastischen Einflüssen

Mit Speichern ist es möglich, Produktausfälle bei plötzlichem Anlagenstillstand mit zuvor gespeichertem Produkt zu kompensieren. Die nachfolgend betrachteten Störfälle treten zufällig auf und sind somit nicht vorhersehbar. Dies trifft für die störungsfreien Produktionszeit sowie die reparaturbedingte Stillstandzeit der Anlage zu. Der Wechsel zwischen Produktion und Stillstand ist in diesem Sinne ein zyklisch-stochastischer Prozess. Die Zeitdauer zufälliger Ereignisse ist stets exponentiell verteilt. Die Exponentialverteilung basiert auf nur einem Parameter. Dieser ist mit bekannten Zeitspannen von Ereignissen der Vergangenheit einfach und hinreichend genau bestimmbar [3, 4].

Für die exponentiell verteilte Wahrscheinlichkeit  $R(t)$  der Laufzeit  $t_l$  gilt  $R(t) = e^{-\lambda t}$ . Der Parameter  $\lambda$  ist die reziproke mittlere Lebensdauer und wird mit den letzten  $n$  Produktionszeiten zwischen jeweils zwei Ausfällen bestimmt.

$$\lambda = \frac{1}{\bar{t}_l} \quad \text{mit} \quad \bar{t}_l = \frac{1}{n} \sum t_{li} \quad (31)$$

Analog gilt für die Stillstandzeit  $t_s$  die Wahrscheinlichkeitsverteilung  $Q(t_s) = e^{-\mu t_s}$ . Die Ermittlung des Parameters  $\mu$  geschieht über die reziproke mittlere Stillstandzeit zwischen den letzten  $n$  störungsfreien Betriebsperioden

$$\mu = \frac{1}{\bar{t}_s} \quad \text{mit} \quad \bar{t}_s = \frac{1}{n} \sum t_{si} \quad (32)$$

Zwischen Produktionsanlagen und Speichern bestehen allgemeine zeitliche Wechselwirkungen, sodass ein spezielles System vom Typ „Anlage-Speicher“ vorliegt. In Abbildung 14 ist der zyklische Verlauf von Produktion und Instandsetzung eines Systems des Typs „Anlage-Speicher“ dargestellt. Während der Betriebsphasen produziert die Anlage und füllt bei vorhandener Kapazität den Speicher. Anlagenausfälle werden durch Speicherentleerung

kompensiert. Das System ist erst bei defekter Anlage und entleertem Speicher ausgefallen.

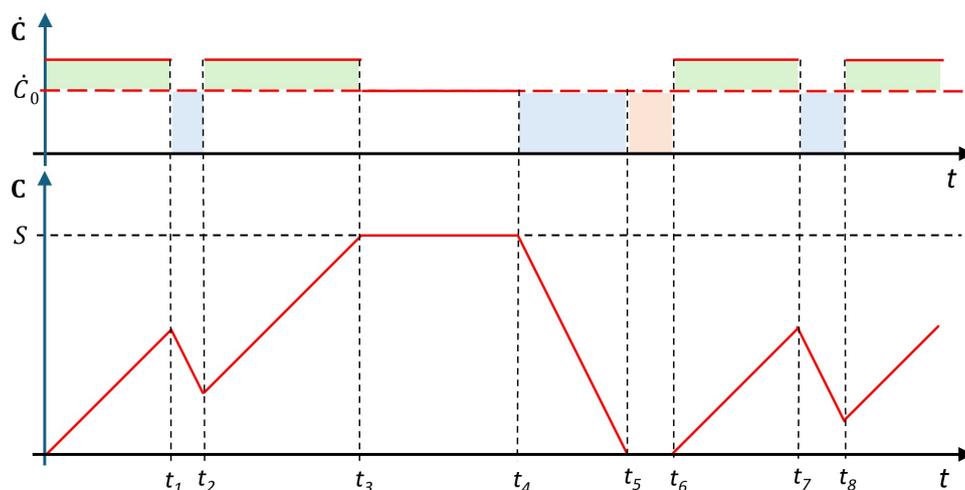


Abbildung 14: Speicher zum Ausgleich stochastischer Produktionsausfälle

Die Anlage gemäß Abbildung 14 ist überdimensioniert, d.h. sie verfügt über eine interne Reservekapazität zur Speicherfüllung. Die Reservekapazität beträgt 50%. Die neun Betriebsphasen im Einzelnen

| Intervall       | Anlage   | Produktion | Speicherzustand | Gesamtsystem |
|-----------------|----------|------------|-----------------|--------------|
| 0 ... $t_1$     | Funktion | 100% + 50% | Füllung         | Funktion     |
| $t_1$ ... $t_2$ | Ausfall  | 0          | Entnahme        | Funktion     |
| $t_2$ ... $t_3$ | Funktion | 100% + 50% | Füllung         | Funktion     |
| $t_3$ ... $t_4$ | Funktion | 100%       | voll            | Funktion     |
| $t_4$ ... $t_5$ | Ausfall  | 0          | Entnahme        | Funktion     |
| $t_5$ ... $t_6$ | Ausfall  | 0          | leer            | Ausfall      |
| $t_6$ ... $t_7$ | Funktion | 100% + 50% | Füllung         | Funktion     |
| $t_7$ ... $t_8$ | Ausfall  | 0          | Entnahme        | Funktion     |
| $t_8$ ...       | Funktion | 100% + 50% | Füllung         | Funktion     |

Die Anlage fiel vier mal aus. Die Zuverlässigkeit der Anlage d.h. ihre Versorgungssicherheit  $V_0$  beträgt mit Einbindung der Beziehungen / /

$$V_0 = \frac{\bar{t}_l}{\bar{t}_l + \bar{t}_s} = \frac{\mu}{\lambda + \mu} \quad (33)$$

Somit beträgt die Wahrscheinlichkeit die Anlage in Funktion anzutreffen  $p_0 = V_0$ , bei Ausfall  $p_1 = 1 - V_0$ . Beide Ereignisse sind komplementär.

Infolge der Wirkung des Speichers gab es nur einen Totalausfall des Systems „Anlage-Speicher“. Die Versorgungssicherheit wurde offenbar deutlich gesteigert.

Nachfolgend werden mathematische Zusammenhänge des Systems „Anlage-Speicher“ grob skizziert. Während der Betriebszeit gewährleistet die Anlage mit der Kapazität  $\hat{C}_0$

die bestimmungsgemäße Produktion. Die interne Reservekapazität  $\Delta\dot{C}$  ist der Speicherfüllung bis zur maximalen Füllmenge  $S$  vorbehalten. Für Verfügbarkeit des Systems „Anlage-Speicher“ d.h. die Wahrscheinlichkeit des Funktionierens ist neben der Speichergröße  $S$  vor allem die Zeitdauer der Auffüllung wichtig.

Das System „Anlage-Speicher“ weist die zuverlässigkeitslogischen Zustände „Funktion (0)“ und „Ausfall (1)“ auf. Die mathematische Beschreibung der betreffenden Zustandswahrscheinlichkeiten  $q_0$  und  $q_1$  erfordert zwei partielle Differenzialgleichungen bezüglich Zeit  $t$  und Speicherfüllstand  $x$ . Nach hinreichend langer Zeit  $t$  streben die Wahrscheinlichkeiten der Systemzustände bei zufälligen Entnahme- und Füllzeiten auf stabile Mittelwerte zu. Durch Linearisierungen, dem Grenzübergang  $t \rightarrow \infty$  sowie weiteren Vereinfachungen entsteht für die Verteilung der Wahrscheinlichkeiten  $q_0$  (Speicher wird gefüllt) und  $q_1$  (Speicher wird entleert) ein gewöhnliches Differenzialgleichungssystem mit dem Speicherinhalt  $x$ . Es gilt

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{C} & 0 \\ 0 & -\dot{C}_0 \end{bmatrix} \frac{d}{dC} \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\lambda & \mu \\ \lambda & -\mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \end{bmatrix} \quad (34)$$

Es ist günstig die beschreibenden Größen in dimensionslose Kennzahlen zu überführen. Die Zahl der Speicherfüllungen  $K_F$  ist das Verhältnis von Speicherkapazität  $S$  und mittlerer Füllmenge  $\bar{C}_F = \Delta\dot{C} \cdot \bar{t}_l$ . Es gilt

$$K_F = \frac{S \cdot \lambda}{\Delta\dot{C}} = \frac{S}{\Delta\dot{C} \cdot \bar{t}_l} = \frac{S}{\bar{C}_F} \quad (35)$$

Für die Zahl der Speicherentleerungen  $K_E$  als Verhältnis von Speicherkapazität  $S$  und mittlerer Entnahme  $\bar{C}_E = \dot{C} \cdot \bar{t}_s$  gilt

$$K_E = \frac{S \cdot \mu}{\dot{C}} = \frac{S}{\dot{C} \cdot \bar{t}_s} = \frac{S}{\bar{C}_E} \quad (36)$$

Das Differenzialgleichungssystem unterliegt zwei Randbedingungen. Die Wahrscheinlichkeit einen leeren Speicher  $x = 0$  bei funktionierender Anlage anzutreffen strebt gegen Null d.h.  $q_{0,C=0} = 0$  und die Wahrscheinlichkeit bei Anlagenausfall  $p_1 = 1 - V_0$  den Speicher mit beliebigem Inhalt  $x \leq S$  vorzufinden beträgt  $q_{1,C \leq S} = p_1$ .

Die Lösung des Differenzialgleichungssystems ergibt bei funktionierender Anlage  $p_0 = V_0$  für das System die Wahrscheinlichkeit eines beliebig gefüllten Speichers von  $q_{0,C \leq S} = \Phi_0 V_0$  sowie bei Anlagenausfall  $p_1 = 1 - V_0$  für das System die Wahrscheinlichkeit eines leeren Speichers von  $q_{1,C=0} = (1 - \Phi_1)(1 - V_0)$ .

Das System „Anlage-Speicher“ fällt mit der Wahrscheinlichkeit  $q_{1,C=0} = 1 - V$  aus, da die Anlage ausfiel  $p_1 = 1 - V_0$  und ein entleerter Speicher  $1 - \Phi_1$  vorliegt. Für die Verfügbarkeit des Systems  $V$  gilt somit

$$V = 1 - (1 - \Phi_1)(1 - V_0) \quad (37)$$

Die Speichercharakteristiken  $\Phi_0$  und  $\Phi_1$  sind die Wahrscheinlichkeiten, dass der Speicher nach der Füllung bzw. nach der Entnahme Material enthält. Entsprechend geben die Terme  $1 - \Phi_0$  und  $1 - \Phi_1$  die Wahrscheinlichkeit, dass ein Speicher nach Füllung bzw. Leerung

leer ist

$$\Phi_0 = \frac{K_F - K_F e^{-K_F + K_E}}{K_F - K_E e^{-K_F + K_E}} \quad \text{sowie} \quad \Phi_1 = \frac{K_E - K_E e^{-K_F + K_E}}{K_F - K_E e^{-K_F + K_E}} \quad \text{für} \quad K_F \neq K_E \quad (38)$$

Für den Fall identischer Speicherkennzahlen  $K_F$  und  $K_E$  existieren Sonderfälle für die Speichercharakteristiken  $\Phi_0$  und  $\Phi_1$

$$\Phi_0 = \Phi_1 = \frac{K_F}{1 + K_F} \quad \text{für} \quad K_F = K_E \quad (39)$$

Mit den dargestellten Gleichungen ist in einfacher Weise der Einfluß von Speichern auf Versorgungssicherheit eines Systems in Abhängigkeit von Speichergröße und Füllgeschwindigkeit quantifizierbar. Die Kenntnis dieser Zusammenhänge ist für Entscheidungsprozesse wichtig.

Der Hintergrund des nachfolgenden Beispiels ist ein Speicher für produzierten Brennstoff z.B. Wasserstoff. Batteriespeicher sind völlig analog behandelbar.

**Beispiel:** Eine Anlage weist  $n = 4$  Ausfälle in einem Zeitraum von  $t_K = 100$  d auf. Aus  $n = 4$  Lauf- und Stillstandszyklen resultieren Mittelwerte für die Laufzeit  $\bar{t}$  und die Stillstandzeit  $\bar{t}_s$

$$\begin{aligned} \bar{t}_l &= \frac{1}{n} \sum t_{li} = \frac{1}{4} (9 + 25 + 33 + 13) \text{ d} = 20 \text{ d} \\ \bar{t}_s &= \frac{1}{n} \sum t_{si} = \frac{1}{4} (7 + 4 + 3 + 6) \text{ d} = 5 \text{ d} \end{aligned} \quad (40)$$

Die Verfügbarkeit der Anlage beträgt gemäß Gleichung (33)

$$V_0 = \frac{\bar{t}_l}{\bar{t}_l + \bar{t}_s} = \frac{20 \text{ d}}{20 \text{ d} + 5 \text{ d}} = 0.80 \quad (41)$$

Die Anlage verfügt über eine Kapazität von  $\dot{C} = 10$  t/d sowie eine interne Reservekapazität  $\Delta\dot{C} = 2.5$  t/d. Bei einer maximalen Füllung des Speichers  $S = 50$  t folgen die dimensionslosen Zahlen der Speicherfüllung  $K_F$  und Speicherentnahme  $K_E$

$$K_F = \frac{S}{\Delta\dot{C} \cdot \bar{t}_l} = \frac{50 \text{ t}}{20 \text{ d} \cdot 2.5 \text{ t/d}} = 1.0 \quad K_E = \frac{S}{\dot{C} \cdot \bar{t}_s} = \frac{50 \text{ t}}{5 \text{ d} \cdot 10 \text{ t/d}} = 1.0 \quad (42)$$

Die Berechnung der Speichercharakteristik  $\Phi_1$  erfolgt mit Gleichung (39)

$$\Phi_1 = \frac{K_E}{1 + K_E} = 0.5 \quad (43)$$

Die Zuverlässigkeit des Systems „Anlage-Speicher“ folgt aus Verfügbarkeit der Anlage  $V_0$  und der Speichercharakteristik  $\Phi_1$

$$V = 1 - (1 - \Phi_1)(1 - V_0) = 1 - (1 - 0.5)(1 - 0.8) = 0.9 \quad (44)$$

*Der Speicher bewirkt eine Steigerung der Versorgungssicherheit von 80% auf 90%. Bemerkenswert ist die Halbierung der zu erwartenden Stillstandszeiten von  $t_{s,0} = t_K (1 - V_0) = 20$  d auf  $t_s = t_K (1 - V) = 10$  d und damit von ausfallbedingten Kosten.*

Die vorgestellte Lösung für die Berechnung der Zuverlässigkeit des Systems „Anlage-Speicher“ wurde per Monte-Carlo-Simulation mit ca.  $10^9$  per Zufallsgenerator erzeugten Varianten numerisch simuliert. Die Rechenzeit betrug mehrere Minuten. Die Übereinstimmung der numerischen Resultate mit Gleichung (44) ist verblüffend.

## 6 Zusammenfassung

Die gesicherte Bereitstellung von Energiedienstleistungen in Form von Wärme und Elektrizität für Industrie- und Wohnsektoren ist unverzichtbare Basis für moderne Gesellschaften. Derzeit erfüllen energietechnisch ausgereifte Anlagen diese Anforderung mit hoher Effizienz. Die Besonderheit bei Energiedienstleistungen besteht in der hohen tageszeitlichen Schwankungsbreite des Bedarfs sowie in den begrenzten Möglichkeiten der Speicherung. Deshalb ist das optimale zeitliche Zusammenspiel von Bedarf und Produktion als sog. Sektorenkopplung von großem Interesse.

Der vorstehende Artikel enthält Vorschläge für die Modellierung, Simulation und Optimierung von Systemen mit gekoppelten Sektoren. Diese Methoden gestatten in Kombination mit entsprechenden Algorithmen eine prozessbegleitende simultan-optimierte Fahrweise von Systemen der Sektorenkopplung. In diese Ansätze flossen Erfahrungen aus der Nachoptimierung von Rekuperatorschaltungen, der Einsatzoptimierung von Kraftwerken, der Wärmerückgewinnung beim Glasschmelzprozess, der optimierten Fahrweise von Gasnetzen sowie der optimierten Fahrweise von Wärmenetzen.

Die Methode der unterbestimmten Kopplungsbilanzen ist für die Konzipierung neuer Energiesysteme sowie für die Erweiterung vorhandener Energiesysteme geeignet und ist somit wichtiges Werkzeug für Wärmeplanungen.

Besonderes Augenmerk wird im Artikel der Speicherproblematik zu teil. Es werden bezüglich ihres Einsatzes zwei Speichertypen postuliert. Mit den vorgeschlagen Modellen ist es möglich, Nutzen und Aufwand von Speichern zu analysieren.

## 7 Formelzeichen

### 7.1 Skalare

|                 |   |   |
|-----------------|---|---|
| $a$             | ... Verteilungskoeffizient                  | ... —   |
| $\dot{C}$       | ... Anlagenkapazität                        | ... kW  |
| $C$             | ... Füllstand des Speichers                 | ... kJ  |
| $d$             | ... Dimension                               | ... —   |
| $g$             | ... Verteilungskoeffizient                  | ... $m^3kJ^{-1}$  |
| $K$             | ... Zahl der Speichereinheiten              | ... —   |
| $k$             | ... Zahl der Kombinationen                  | ... —   |
| $\dot{m}$       | ... Massestrom                              | ... $kg\ s^{-1}$  |
| $n$             | ... Zahl der Anlagenausfälle                | ... ...   |
| $o$             | ... Verteilungskoeffizient                  | ... $kg\ kJ^{-1}$   |
| $P$             | ... elektrische Leistung                    | ... kW  |
| $p$             | ... Wahrscheinlichkeit von Anlagenzuständen | ... —   |
| $p$             | ... Anzahl der Komplexpunkte                | ... —   |
| $\dot{Q}$       | ... Wärmestrom                              | ... kW  |
| $Q$             | ... Verteilungsfunktion der Reparaturzeit   | ... —   |
| $q$             | ... Wahrscheinlichkeit von Systemzuständen  | ... —   |
| $q$             | ... Verteilungskoeffizient                  | ... —   |
| $R$             | ... Verteilungsfunktion der Laufzeit        | ... —   |
| $S$             | ... Speichergröße                           | ... t   |
| $s$             | ... Zahl der Schnittpunkte                  | ... —   |
| $T_B$           | ... Betriebszeit                            | ... h a <sup>-1</sup> , h d <sup>-1</sup>                     |
| $t$             | ... Zeit                                    | ... d, h  |
| $\dot{V}$       | ... Volumentrom                             | ... $m^3s^{-1}$   |
| $V$             | ... Verfügbarkeit                           | ... —   |
| $v$             | ... Zahl der Systemvariablen                | ... —   |
| $Z$             | ... Zielfunktion                            | ... € a <sup>-1</sup> , € h <sup>-1</sup> , € d <sup>-1</sup> |
| $\alpha$        | ... Spiegelfaktor                           | ... —   |
| $\Delta\dot{H}$ | ... Enthalpiestrom                          | ... KW  |
| $\Delta h$      | ... Verbrennungsenthalpie                   | ... $kJ\ kg^{-1}$ , $kJ\ m^{-3}$                              |
| $\Phi$          | ... Speichercharakteristik                  | ... —   |
| $\eta$          | ... Wirkungsgrad                            | ... —   |
| $\lambda$       | ... Ausfallrate                             | ... d <sup>-1</sup> , h <sup>-1</sup>                         |
| $\mu$           | ... Reparaturrate                           | ... d <sup>-1</sup> , h <sup>-1</sup>                         |
| $\varkappa$     | ... spezifische Kosten                      | ... € kg <sup>-1</sup> , € m <sup>-3</sup>                    |

## 7.2 Vektoren

|                 |     |                          |     |                             |
|-----------------|-----|--------------------------|-----|-----------------------------|
| <u><b>B</b></u> | ... | Vektor der Bilanzgrößen  | ... | $kW, kg s^{-1}, m^3 s^{-1}$ |
| <u><b>G</b></u> | ... | Vektor der Grenzen       | ... | $kW$                        |
| <u><b>P</b></u> | ... | Vektor der Komplexpunkte | ... | $kW$                        |
| <u><b>V</b></u> | ... | Vektor der Systemgrößen  | ... | $kW$                        |

## 7.3 Matrizen

|                        |     |                     |     |   |
|------------------------|-----|---------------------|-----|---|
| <u><u><b>E</b></u></u> | ... | Einheitsmatrix      | ... | — |
| <u><u><b>J</b></u></u> | ... | Jacobi – Matrix     | ... | — |
| <u><u><b>M</b></u></u> | ... | Koeffizientenmatrix | ... | — |
| <u><u><b>K</b></u></u> | ... | Kopplungsmatrix     | ... | — |
| <u><u><b>R</b></u></u> | ... | Restmatrix          | ... | — |

## 7.4 Indizes unten/oben

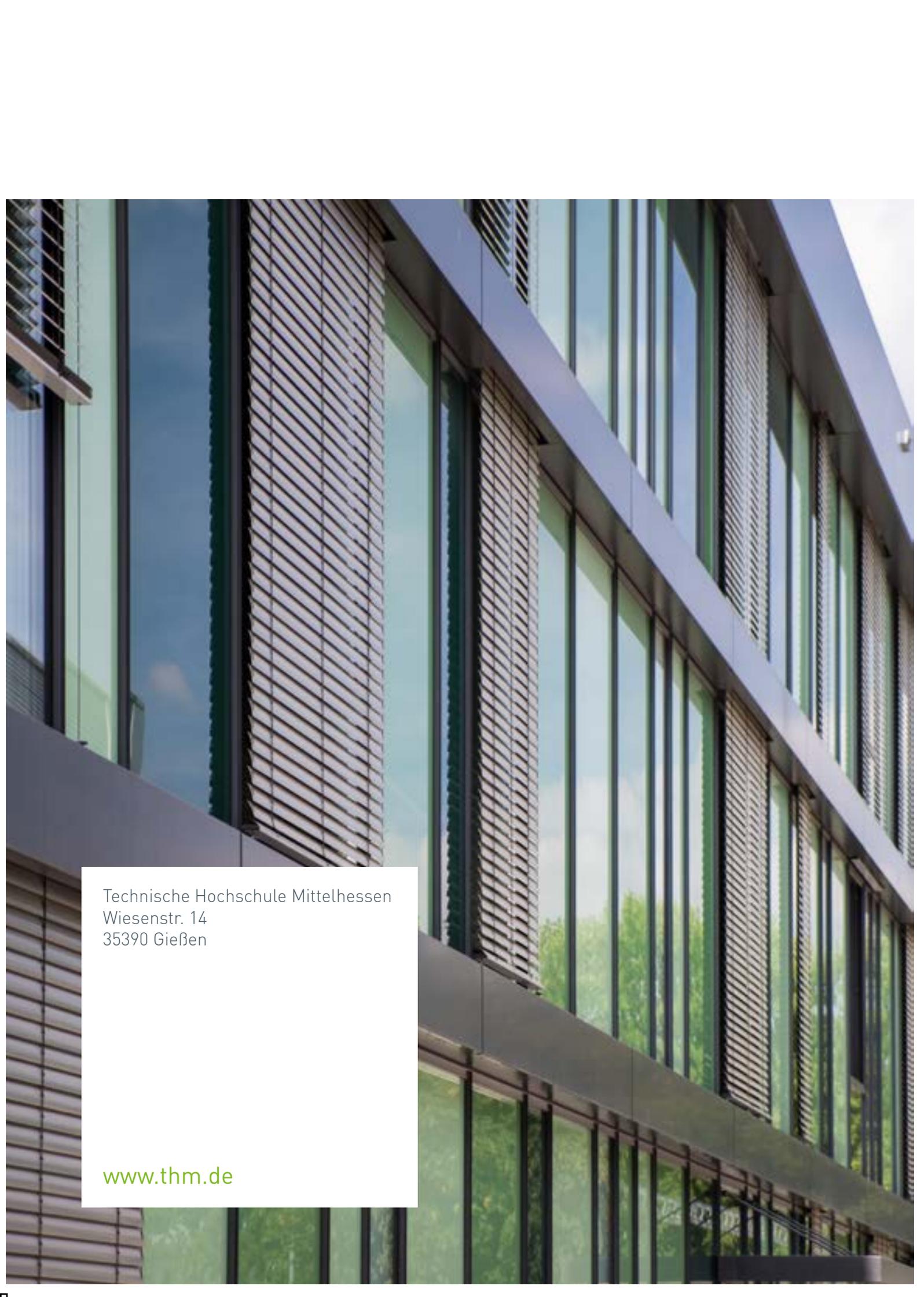
|                 |     |                              |
|-----------------|-----|------------------------------|
| $\square_{ab}$  | ... | 'Abwärme'                    |
| $\square_{Br}$  | ... | Brennstoff                   |
| $\square_E$     | ... | Entnahme                     |
| $\square_F$     | ... | Füllung                      |
| $\square_{el}$  | ... | elektrisch                   |
| $\square_e$     | ... | Entscheidungsgröße           |
| $\square_f$     | ... | Folgegröße                   |
| $\square_{gas}$ | ... | Heizgas                      |
| $\square_{hz}$  | ... | Heizung, Wärme               |
| $\square_k$     | ... | Kombination                  |
| $\square_l$     | ... | Laufzeit, Funktionszeit      |
| $\square_{max}$ | ... | maximal                      |
| $\square_{min}$ | ... | minimal                      |
| $\square_{oel}$ | ... | Heizöl                       |
| $\square_s$     | ... | Stillstandszeit, Ausfallzeit |
| $\square_z$     | ... | Zyklus                       |
| $\square^J$     | ... | Jordan...                    |
| $\square^R$     | ... | reduziert                    |
| $\square^b$     | ... | Betriebszustand              |
| $\square^h$     | ... | Hoek, Ecke                   |
| $\square^o$     | ... | obere Grenze                 |
| $\square^s$     | ... | Stillstand                   |
| $\square^u$     | ... | untere Grenze                |

## 8 Literatur

- [1] Sager-Klauß, C.; Jansen, M.: „Das gekoppelte Energiesystem“, Studie im Auftrag des Bundesverbandes Erneuerbare Energie e.V., Fraunhofer IWES 2017
- [2] Box, M. J.: „A method of constraining optimization and a comparison with other methods“, The Computer Journal (1965) 8, S.42-52
- [3] Lorenz, K.: „Modellierung der Verfügbarkeit von verfahrenstechnischen Anlagen“ Begleitschrift zur Vorlesung „Systemverfahrenstechnik“, IH Köthen 1980
- [4] Lorenz, K.: „Modellierung der Verfügbarkeit des Systems Anlage-Speicher“ Begleitschrift zur Vorlesung „Systemverfahrenstechnik“, IH Köthen 1982
- [5] Strelow, O.: „Analyse und Synthese von Wärmeübertragungssystemen“ Dissertation, TH Köthen 1984
- [6] Schammler, G.: „Die Anwendung von Suchverfahren zur Lösung von Polyoptimierungsproblemen in der Verfahrenstechnik“, Dissertation, TH Köthen 1987
- [7] Strelow, O.: „OPWUE - Ein Programm zur Optimierung der Abwärmenutzung beim Glasschmelzprozeß“, Berechnungsbericht für das Wärmetechnische Institut der Glasindustrie Jena, Halle 1988
- [8] Strelow, O.: „Optimierung von Erdgasversorgungsnetzen“, VDI-Tagung „Optimierung in der Energieversorgung“, Stuttgart 1994
- [9] Strelow, O.: „Prozessbegleitende Optimierung der Betriebsführung von Industriekraftwerken“, VDI-Tagung „Betriebsmanagementsysteme in der Energiewirtschaft“, Darmstadt, März 1996
- [10] Strelow, O.: „Prozessbegleitende Optimierung von Blockheizkraftwerken in Fernwärmenetzen“, Fachtagung „Optimierung in der Energieversorgung II“, Leverkusen, September 1997
- [11] Strelow, O.: „Das Matrix-Modell - ein neues Berechnungsverfahren für die thermohydraulische Berechnung und dynamische Simulation von Fernwärmenetzen“ XXXIV. Kraftwerkstechnisches Kolloquium, Dresden, 2002
- [12] Strelow, O.: „Die Allgemeine Theorie der technischen Netze“ Vorträge und Manuskripte





A photograph of a modern building facade featuring large glass windows and metal panels. The glass reflects the sky and surrounding greenery. The metal panels have a textured, grid-like pattern. The building is viewed from a low angle, looking up.

Technische Hochschule Mittelhessen  
Wiesenstr. 14  
35390 Gießen

[www.thm.de](http://www.thm.de)